

**Universidade de Brasília – UnB**  
**Faculdade UnB Gama – FGA**  
**Engenharia de Energia**

# **Regulação de Tensão de um Gerador Síncrono Através da Linearização por Realimentação de Estados**

**Autor: Danilo Mendes de Faria**  
**Orientador: Flávio H. J. R. Silva**

**Brasília, DF**  
**2014**



Danilo Mendes de Faria

# **Regulação de Tensão de um Gerador Síncrono Através da Linearização por Realimentação de Estados**

Monografia submetida ao curso de graduação  
em Engenharia de Energia da Universidade de  
Brasília, como requisito parcial para obtenção  
do Título de Bacharel em Engenharia de Ener-  
gia.

Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FGA

Orientador: Flávio H. J. R. Silva

Brasília, DF

2014

---

Danilo Mendes de Faria

Regulação de Tensão de um Gerador Síncrono Através da Linearização por Realimentação de Estados/ Danilo Mendes de Faria. – Brasília, DF, 2014-  
62 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Flávio H. J. R. Silva

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília – UnB  
Faculdade UnB Gama – FGA, 2014.

1. Regulação de Tensão. 2. Gerador Síncrono. I. Flávio H. J. R. Silva . II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Regulação de Tensão de um Gerador Síncrono Através da Linearização por Realimentação de Estados

CDU

---



## **REGULAÇÃO DE TENSÃO DE UM GERADOR SÍNCRONO ATRAVÉS DA LINEARIZAÇÃO POR REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS**

**Danilo Mendes de Faria**

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em 28/11/2014 apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

---

**Prof. Dr. Flávio H. J. R. Silva ,**  
**UnB/FGA**  
Orientador

---

**Prof. Dr. Jorge A. Cormane Angarita,**  
**UnB/FGA**  
Membro Convidado

---

**Prof. Dr. Rudi H. van Els ,**  
**UnB/FGA**  
Membro Convidado

Brasília, DF  
2014

## AGRADECIMENTOS

*Gostaria de agradecer aos meus amigos, pelas alegrias, tristezas e dores compartilhadas, aos meus pais pelo apoio incondicional que me deram nessa caminhada, e de uma maneira especial gostaria de agradecer ao meu irmão Darlan, que tanto me apoiou, incentivou e deu força ao longo de toda minha formação acadêmica..*

*Agradeço também ao meu orientador, Prof. Dr. Flávio H. J. Silva, pela atenção e pela compreensão nos diversos contratemplos ocorridos..*

## RESUMO

A utilização de controladores em sistemas de potência, para amortecer oscilações eletromecânicas incidentes sobre a rede, é cada vez mais importante na operação dos mesmos. Sistemas de controle convencionais, com estrutura e parâmetros fixos (lineares), têm sido utilizados para tal finalidade há algumas décadas, no entanto, existem regiões de operação do sistema nas quais esses estabilizadores lineares não são tão eficientes. Na máquina síncrona, o controle de excitação atua na tensão terminal do gerador sendo capaz de amortecer oscilações eletromecânicas e aumentar a margem de segurança do sistema frente a perturbações. Neste trabalho, pretende-se analisar a técnica de controle não linear de linearização por realimentação de estados (DFL - do inglês: Direct Feedback Linearization) no controle de excitação do gerador síncrono. Para a validação dos resultados são realizadas simulações no domínio do tempo com o auxílio do software Matlab.

**Palavras-chaves:** Regulação de Tensão. Gerador Síncrono. Realimentação de Estados. Controle Não Linear.

## ABSTRACT

The use of controllers in power systems, to dampen electromechanical oscillations incidents on the network, is increasingly important in the operation of such. Conventional control systems with fixed (linear) structures and parameters have been used for this purpose for several decades, however, there are regions of operation of the system in which these linear stabilizers are not as effective. In synchronous machine, the excitation control operates on terminal voltage of the generator being able to dampen electromechanical oscillations and increase the safety margin of the system against the disturbances. In this work, we intend to analyze the technique of non-linear control by state feedback linearization in excitation control of synchronous generator. For the validation of the results, simulations are performed in the time domain with the aid of software Matlab.

**Key-words:** Voltage Regulation. Synchronous Generator. Feedback States. Nonlinear Control.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Subsistemas do sistema de excitação. . . . .	13
Figura 2 – Modelo do Sistema . . . . .	17
Figura 3 – Representação da Máquina Síncrona . . . . .	18
Figura 4 – Relação entre os diferentes eixos de referência usados na avaliação do movimento do rotor do gerador. . . . .	22
Figura 5 – Circuito Equivalente do Estator. . . . .	23
Figura 6 – Classificação da Estabilidade. . . . .	27
Figura 7 – Estabilidade de Pontos de Equilíbrio. . . . .	29
Figura 8 – Estabilidade de Pontos de Equilíbrio. . . . .	30
Figura 9 – Interconexões entre os subsistemas do Gerador. . . . .	32
Figura 10 – Mapeamento ente os sistemas de coordenadas X e Z . . . . .	34
Figura 11 – Diagrama de bloco da função de transferência do controle de excitação de variável única . . . . .	41
Figura 12 – Diagrama de bloco da função de transferência do PSS . . . . .	42
Figura 13 – Diagrama do sistema . . . . .	53
Figura 14 – Comportamento da tensão terminal para $t_{curto} = 0.6s$ . . . . .	55
Figura 15 – Comportamento da tensão de campo para $t_{curto} = 0.6s$ . . . . .	55
Figura 16 – Comportamento do ângulo do rotor para $t_{curto} = 0.6s$ . . . . .	55
Figura 17 – Comportamento da tensão de campo para $t_{curto} = 0.9s$ . . . . .	56
Figura 18 – Comportamento da tensão terminal para $t_{curto} = 0.9s$ . . . . .	56
Figura 19 – Comportamento do ângulo do rotor para $t_{curto} = 0.9s$ . . . . .	57
Figura 20 – Comportamento do Sistema para $t_{curto} = 1.2s$ . . . . .	57
Figura 21 – Comportamento da tensão terminal para $t_{curto} = 1.6s$ e $t_{curto} = 2.8s$ . . . . .	58
Figura 22 – Comportamento do ângulo do rotor para $t_{curto} = 1.6s$ e $t_{curto} = 2.8s$ . . . . .	58
Figura 23 – Comportamento da tensão de campo para $t_{curto} = 1.6s$ e $t_{curto} = 2.8s$ . . . . .	59



## LISTA DE SIGLAS

DFL	<i>Direct Feedback Linearization</i>
DC	Corrente Contínua
AC	Corrente Alternada
PSS	Power System Stabilizer
AVR	Automatic Voltage Regulaor
SMIB	Single Machine Connected to an Infinite Bus
FLC	Função Lyapunov de Controle
LOEC	Linear Optimal Excitation Control

## LISTA DE SÍMBOLOS

$i_d$ e $i_q$	Correntes do estator
$x_d$	Reatância síncrona
$x_{ad}$ e $x_{aq}$	Reatâncias de dispersão de armadura dos eixos $d$ e $q$ respectivamente.
$x_d$ e $x_q$	Reatâncias síncronas dos eixos $d$ e $q$ respectivamente.
$x'_d$ e $x'_q$	Reatâncias transitórias dos eixos $d$ e $q$ respectivamente.
$E_q$	Potencial elétrico induzido no enrolamento do estator.
$E'_q$ e $E'_d$	Potencial elétrico induzido nos enrolamentos $q$ e $d$ do estator.
$\psi$	Fluxo concatenado.
$\omega_B$	Velocidade síncrona.
$E_{fd}$	Tensão de campo.
$T'_{d0}$	Constante de tempo transitória de circuito fechado.
$T'_{q0}$	Constante de tempo transitória de circuito aberto.
$H$	Constante de inércia.
$\delta$	Ângulo do rotor em relação à rotação síncrona.
$\gamma$	Ângulo do rotor em relação aos eixos estacionários.
$\omega_0$	Velocidade angular inicial do rotor.
$D'$	Coeficiente de amortecimento.
$T_m$	Torque mecânico que age sobre o rotor.
$T_e$	Torque elétrico.

# SUMÁRIO

	<b>Sumário</b>	<b>10</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVO</b>	<b>15</b>
<b>2.1</b>	<b>OBJETIVO GERAL</b>	<b>15</b>
<b>2.2</b>	<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>15</b>
<b>3</b>	<b>ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO</b>	<b>16</b>
<b>4</b>	<b>GERADOR SÍNCRONO CONECTADO AO BARRAMENTO INFINITO</b>	<b>17</b>
<b>4.1</b>	<b>A MÁQUINA SÍNCRONA</b>	<b>17</b>
4.1.1	Equações do Rotor	19
4.1.2	Equações do Estator	23
4.1.3	Potências de Saída para o Gerador Síncrono	24
4.1.4	Formulação do Sistema de Equações	25
<b>5</b>	<b>A ESTABILIDADE TRANSITÓRIA</b>	<b>27</b>
<b>5.1</b>	<b>CONCEITOS DA ESTABILIDADE TRANSITÓRIA</b>	<b>28</b>
5.1.1	A Estabilidade em Sistemas de Potência	30
5.1.2	O controle da estabilidade	31
<b>6</b>	<b>CONCEITOS DO CONTROLE NÃO LINEAR</b>	<b>33</b>
<b>6.1</b>	<b>DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS</b>	<b>33</b>
6.1.1	Transformação Não Linear de Coordenadas e Difeomorfismo	33
6.1.2	Mapeamento	34
6.1.3	Transformação de Coordenadas para Sistemas de Controle Não Linear	35
6.1.4	Sistemas de Controle Não Linear Afim	36
6.1.5	Campos Vetoriais	36
6.1.6	Involutividade e Conjuntos de Campos Vetoriais	37
6.1.7	Definições da Álgebra de Lie	37
6.1.8	Grau Relativo de um Sistema de Controle	38
6.1.9	<i>Linearização exata</i>	39
<b>7</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DO CONTROLE NÃO LINEAR</b>	<b>41</b>
<b>7.1</b>	<b>Controle de Excitação Não Linear</b>	<b>43</b>
7.1.1	Controle de Excitação Não Linear para a Máquina Síncrona	43

<b>7.2</b>	<b>Formulação do Sistema de Equações do Controle de Excitação Não Linear . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>8</b>	<b>SIMULAÇÕES E RESULTADOS . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>8.1</b>	<b>SITUAÇÕES DE SIMULAÇÃO . . . . .</b>	<b>53</b>
8.1.1	Considerando $t_{curto} = 0.6s$ . . . . .	54
8.1.2	Considerando $t_{curto} = 0.9s$ . . . . .	56
8.1.3	Considerando $t_{curto} = 1.2s$ . . . . .	56
8.1.4	Considerando $t_{curto} = 1.6s$ e $t_{curto} = 2.8s$ . . . . .	57
8.1.5	Comparação entre tempos de estabilização . . . . .	59
<b>9</b>	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>61</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>62</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O início do uso comercial de eletricidade (década de 1870) originou um processo de reformulação geral nos padrões de vida da população que se estendem até os dias de hoje. Um sistema de iluminação de ruas por lâmpadas incandescentes em 1870 foi a primeira ocorrência do uso de eletricidade em escala comercial. Doze anos depois, em Nova York, Thomas Edison criou o primeiro sistema de energia elétrica completo nos moldes iniciais dos que se tem hoje, no qual tinha-se gerador, cabo, fusível, registro e carga. O sistema de Edison, que em poucos anos foi replicado nas maiores cidades do mundo, consistia em um gerador DC (corrente contínua) impulsionado por uma máquina a vapor que inicialmente alimentava cargas puramente resistivas em curtas distâncias (KUNDUR, 1993). Apesar do largo crescimento inicial dos sistemas DC, os mesmos foram quase que completamente substituídos por sistemas AC (corrente alternada) devido as claras limitações apresentadas, em que para manter as perdas de potência na transmissão (RI2) e o valor da tensão em níveis aceitáveis podiam fornecer energia apenas à curtas distâncias dos geradores. Em poucos anos os sistemas AC tornaram-se ainda mais atraídos com a criação dos arranjos polifásicos e já dominavam os sistemas de potência frente aos sistemas DC, no entanto, anteriormente ao período de transmissão elétrica AC a frequência ainda não era um parâmetro padronizado, tendo nesse período o uso de diferentes frequências (25, 50, 60, 125, e 135 Hz), gerando assim problemas de interconexão. Foi aí então que surgia também uma necessidade dos sistemas interligados de energia elétrica AC, a necessidade de fornecimento de energia dentro dos padrões de tensão e frequência da rede, o que levou muitos países adotarem a frequência de 50 Hz como padrão, enquanto outros como Brasil e EUA adotaram a frequência de 60 Hz. Vale ressaltar que após um período a transmissão em corrente contínua voltou a ser competitiva junto à transmissão em corrente alternada para transmissões de grandes potências por grandes distâncias.

Mesmo com a adoção de sistemas AC e de um padrão de frequência elétrica, o desenvolvimento de complexos sistemas interligados de transmissão e a conexão de vários grupos geradores nesse sistema fez com que os problemas de conservação do padrão se tornassem ainda mais desafiadores. A falha abrupta em uma linha de transmissão ou qualquer perturbação incidente na mesma pode interferir em seus valores de tensão e frequência levando à instabilidade do sistema, estes fatores podem ser ainda mais agravados quando tais perturbações conduzem à alterações no padrão de funcionamento dos geradores, podendo assim interferir na velocidade do rotor, na tensão terminal e conseqüentemente na potência fornecida. Conforme (SAADAT, 1999), o comportamento das máquinas síncronas (geradores) após uma perturbação é denominado problema de estabilidade, no qual subdivide-se em duas categorias a estabilidade frente a pequenas perturbações, que refere-se à habilidade do sistema elétrico em manter-se em sincronismo após uma pequena perturbação, e a estabilidade transitória, que analisa os efeitos

de grandes perturbações como falhas, interrupções na rede ou rápidas inserções ou remoções de carga.

O estudo da estabilidade transitória faz-se então necessário para que se garanta que o sistema possa suportar condições transitórias após grandes perturbações. Para contornar os problemas de instabilidade dos geradores, foram desenvolvidos sistemas de controle de geradores que visam a regulação das variáveis de interesse do sistema e a consequente manutenção da estabilidade. Os controles de geradores subdividem-se basicamente em controles do eixo motriz e controles de excitação. O controle de eixo motriz visa a regulação da velocidade de rotação e controle do fornecimento de energia, enquanto os controles de excitação tem como foco a regulação de tensão terminal do gerador e potência reativa de saída, podendo ainda atuar melhorando o amortecimento das oscilações eletromecânicas. No entanto, o controle de excitação é mais apropriado à regulação da estabilidade transitória devido a maior velocidade de atuação perante os dispositivos de controle do eixo motriz. Conforme (KUNDUR, 1993), os sistemas de controle de excitação atuam acoplados aos geradores síncronos e são constituídos basicamente por cinco subsistemas representados na Fig.(1): excitador, regulador, sensores, estabilizadores, e circuitos de proteção.

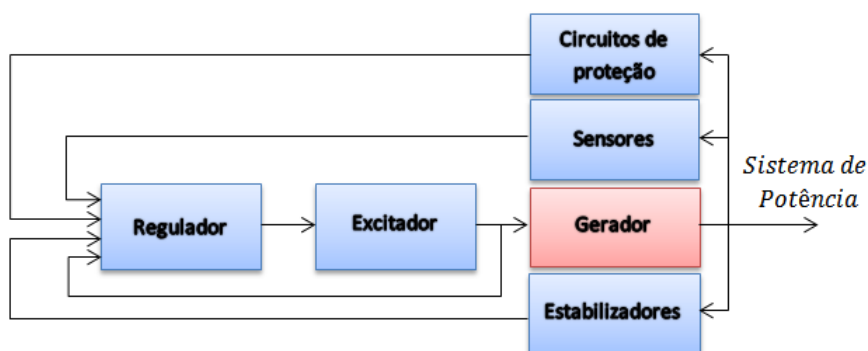


Figura 1: Subsistemas do sistema de excitação.

Dentre os vários sistemas de controle existentes destacam-se alguns como o sistema de controle AVR (do inglês: *Automatic Voltage Regulator*) que normalmente controla a tensão terminal do estator do gerador pelo controle proporcional, o PSS (do inglês: *Power System Stabilizer*) que utiliza sinais estabilizadores auxiliares no controle do sistema de excitação assim como para melhorar a performance do sistema elétrico, e os métodos de controle não linear LgV, Nonlinear Damping, Backstepping, Sliding Mode Control, e Fuzzy (KARIMI, 2008; PADIYAR, 2008). Apesar dos sistemas de potência serem representados por modelos não lineares, muitos sistemas de controle desenvolvidos utilizam técnicas lineares e não são capazes de atenuar oscilações oriundas de não linearidades, deste modo, modelos de controle não lineares são adotados para que se tenha uma análise mais precisa do sistema.

Neste contexto, o sistema de controle de excitação DFL (do inglês: *Direct Feedback Linearization*), tem aqui suas premissas descritas e apresenta-se como uma solução à estabili-

dade transitória, no qual, diferentemente dos sistemas de controle lineares, é capaz de lidar com oscilações oriundas de não linearidades .

## 2 OBJETIVO

### 2.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem por objetivo analisar a dinâmica do gerador síncrono frente a grandes perturbações.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Utilização da técnica de controle não linear de linearização por realimentação de estados - DFL ( do inglês: *Direct Feedback Linearization* ) - em um projeto de controle de excitação de um gerador síncrono.



### **3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

O presente trabalho está organizado de modo apresentar os conceitos teóricos acerca do tema abordado seguidos da formulação do sistema de controle. No capítulo três são apresentados os conceitos teóricos que envolvem o gerador síncrono conectado ao barramento infinito, sendo descrita a máquina síncrona e elaborado o sistema de equações que descrevem o modelo adotado. No capítulo quatro tem-se uma descrição da estabilidade transitória como conceito para o entendimento dos sistemas de controle. Nos capítulos cinco e seis são apresentados respectivamente as definições matemáticas necessárias para o desenvolvimento do controle e o desenvolvimento do controle não linear avaliado. Finalmente, no capítulo sete as simulações e resultados obtidos na análise do controle são apresentados e discutidos.

## 4 GERADOR SÍNCRONO CONECTADO AO BARRAMENTO INFINITO

A estabilidade na dinâmica dos sistemas de potência, que tem como principais componentes os geradores, linhas de transmissão, cargas, e equipamentos de controle, é a maior preocupação na operação de um sistema. Ao se realizar a análise do comportamento dinâmico de um sistema elétrico de potência o principal componente a ser avaliado é o gerador síncrono e seus controles (de excitação e do eixo de rotação), no entanto, tratando-se da previsão de estabilidade do sistema é aceitável que se ignore o controle do eixo de rotação, considerando assim apenas o controle da excitação na análise dinâmica. Deste modo, a fim de se realizar uma modelagem mais simples porém ainda realística da dinâmica destes sistemas, é conveniente tomar o sistema como uma única máquina síncrona conectada ao barramento infinito<sup>1</sup> (*Single Machine Connected to an Infinite Bus – SMIB*), visto que sistemas como de uma estação de potência remota conectada a carga e sistemas de múltiplas máquinas, por exemplo, podem ser representados por um único gerador para retratar a situação.

### Modelagem do sistema

A Fig.(2) corresponde ao arranjo do sistema de um gerador conectado ao barramento infinito. Neste esquema a rede externa é simplificada e está representada por uma caixa preta com duas conexões, no qual a primeira está conectada ao gerador e a segunda ao barramento infinito.

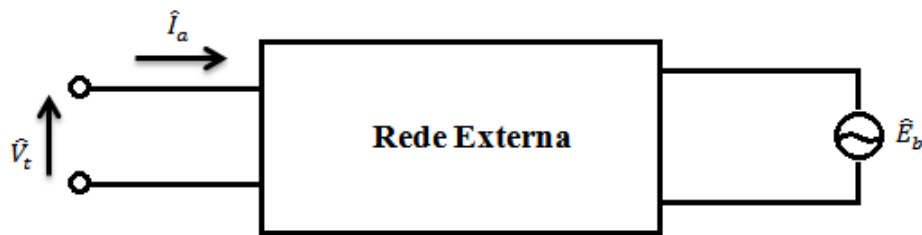


Figura 2: Modelo do Sistema

Nesta representação  $V_t$  é conectado aos terminais do gerador enquanto  $E_b$  está conectado ao barramento, dada a característica invariável do barramento assume-se que  $E_b$ , de defasagem nula, é constante.

### 4.1 A MÁQUINA SÍNCRONA

A Fig.(3) é uma representação da máquina síncrona considerada. Na figura está repre-

<sup>1</sup> Fonte hipotética na qual a variação de carga não apresenta mudanças sensíveis de tensão e frequência.

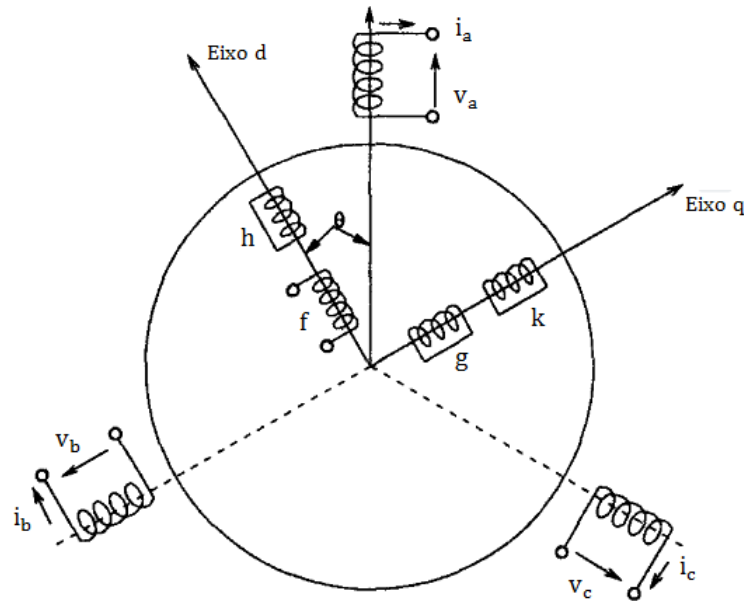


Figura 3: Representação da Máquina Síncrona

Fonte: Adaptado de Padiyar (2008)

sentado três enrolamentos de armadura  $a$ ,  $b$  e  $c$  localizados no estator, além de quatro enrolamentos no rotor, sendo um enrolamento de campo ( $f$ ) e três enrolamentos amortecedores ( $h$  no eixo d, e  $g$  e  $k$  no eixo q). Segundo (IEEE, 1986) o número de bobinas do rotor e suas respectivas variáveis estáticas podem variar de um a seis, no qual uma é o enrolamento de campo e as demais são enrolamentos amortecedores. Neste contexto, sugere-se os seguintes modelos baseados na variação do grau de complexidade adotado:

1. Modelo Clássico (Modelo 0.0);
2. Somente o circuito de campo (Modelo 1.0);
3. Circuito de campo com um enrolamento amortecedor equivalente no eixo-q (Modelo 1.1);
4. Circuito de campo com um enrolamento amortecedor equivalente no eixo-d;
  - a) Modelo 2.1 (um enrolamento amortecedor no eixo-q);
  - b) Modelo 2.2 (dois enrolamentos amortecedores no eixo-q);
5. Circuito de campo com dois enrolamentos amortecedores equivalentes no eixo-d;
  - a) Modelo 3.2 (dois enrolamentos amortecedores no eixo-q);
  - b) Modelo 3.3 (três enrolamentos amortecedores no eixo-q);

Na classificação listada o primeiro número corresponde o número de bobinas no eixo-d, enquanto o segundo número indica o número de bobinas no eixo-q, o que conseqüentemente representa o número de variáveis estáticas consideradas nos respectivos eixos.

Dos modelos apresentados, o Modelo 2.2 mostra-se largamente utilizado na literatura para a representação da máquina síncrona, no entanto, para seu uso é necessário os dados do fabricante ou providos de testes. O Modelo 3.3 é o mais detalhado e aplicado em turbo alternadores, enquanto dos Modelos 2.1 e 1.1 são mais utilizados para hidro geradores. Como já mencionado o número de enrolamentos amortecedores representados pode variar de zero (no modelo mais simples) à cinco, no entanto, nos estudos da dinâmica de sistemas de potência mais utilizados a representação do rotor está limitada três enrolamentos, neste contexto, será adotado o Modelo 1.1 para a representação da máquina síncrona, no qual como descrito anteriormente terá uma bobina ( $f$ ) no eixo  $d$  e uma bobina ( $g$ ) no eixo  $q$ .

Com o intuito de simplificar a modelagem matemática, os eixos  $d$  e  $q$  são fixados e superpostos com a rotação do rotor, o que para um gerador ideal, fará com que o circuito de magnetização das bobinas seja constante, fazendo assim o modelo invariante no tempo. Desta forma, a partir da transformada de Park é possível obter as equações de transformação entre os sistemas de eixos coordenados  $[a, b \text{ e } c]$  e  $[d, q \text{ e } 0]$  (KUNDUR, 1993).

$$\begin{bmatrix} \xi_d \\ \xi_q \\ \xi_0 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} \xi_a \\ \xi_b \\ \xi_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde  $\xi_\alpha$  pode ser tanto um vetor de tensão, corrente ou fluxo concatenado do estator ( $\alpha = a, b \text{ ou } c$ ) e  $C$  é a matriz de transformação de Park dada por

$$C = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \cos(\gamma - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\gamma + \frac{2}{3}\pi) \\ -\sin \gamma & -\sin(\gamma - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\gamma + \frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

e como transformada inversa tem-se

$$C^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 1 \\ \cos(\gamma - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\gamma - \frac{2}{3}\pi) & 1 \\ \cos(\gamma + \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\gamma + \frac{2}{3}\pi) & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

onde  $\gamma$  é o ângulo entre o eixo- $a$  e o eixo- $d$  dos respectivos sistemas.

#### 4.1.1 Equações do Rotor

##### Equações Elétricas do Rotor

As correntes  $i_d$  e  $i_q$  presentes no estator podem ser interrompidas sob qualquer variação brusca na rede, deste modo não é possível defini-las como variáveis estáticas<sup>2</sup> necessárias para o

<sup>2</sup> variáveis estáticas são variáveis contínuas ao longo do tempo

modelamento do sistema. Já sob a ótica dos parâmetros do rotor, também não é possível definir as correntes de enrolamento do rotor como variáveis estáticas, no entanto, de acordo com o teorema de acoplamento de fluxo constante (KIMBARK, 1956), se  $i_d$  sofrer uma variação brusca, as correntes de campo e de amortecimento também variam para que o acoplamento de fluxo de campo e de amortecimento se mantenham constantes. Deste modo, escolhe-se como variáveis estáticas os fluxos concatenados do rotor ( $\psi$ ) ou variáveis que são linearmente dependente dos mesmos. De acordo com (PADIYAR, 2008), os fluxos concatenados do estator ( $\psi_d$  e  $\psi_q$ ) e do rotor ( $\psi_f$  e  $\psi_g$ ) são dados por:

$$\psi_d = x_d i_d + x_{ad} i_f \quad (4)$$

$$\psi_f = x_{ad} i_d + x_f i_f \quad (5)$$

$$\psi_q = x_q i_q + x_{aq} i_g \quad (6)$$

$$\psi_g = x_{aq} i_q + x_g i_g \quad (7)$$

onde  $x_d$  é a reatância síncrona,  $x_g$  é a reatância do gerador,  $x_f$  é a reatância de dispersão do enrolamento de campo,  $x_{ad}$  e  $x_{aq}$  são as reatâncias de dispersão de armadura dos eixos d e q respectivamente, e  $i_d$ ,  $i_f$ ,  $i_q$ ,  $i_g$  são as correntes das bobinas de seus respectivos índices.

A partir da solução das Equações (5) e (7) para  $i_f$  e  $i_g$  e respectiva substituição nas Equações (4) e (6) tem-se:

$$\psi_d = x'_d i_d + E'_q \quad (8)$$

$$\psi_q = x'_q i_q - E'_d \quad (9)$$

no qual

$$x'_d = x_d - \frac{x_{ad}^2}{x_f} \quad (10)$$

$$x'_q = x_q - \frac{x_{aq}^2}{x_g} \quad (11)$$

$$E'_q = \frac{x_{ad} \psi_f}{x_f} \quad (12)$$

$$E'_d = -\frac{x_{aq} \psi_g}{x_g} \quad (13)$$

onde  $x'_d$  e  $x'_q$  são reatâncias transitórias dos eixos d e q respectivamente e  $E'_q$  e  $E'_d$  são tensões equivalentes destes mesmos eixos. Ainda conforme (PADIYAR, 2008), nos casos de análises de estado estacionário  $x_g$  é igual a reatância síncrona  $x_d$ , enquanto que em análises transitórias  $x_g$  é igual à reatância transitória de eixo direto  $x'_d$ .

No Modelo 1.1,  $E'_d$  e  $E'_q$  são então definidos como as variáveis estáticas do problema em vez de  $\psi_f$  e  $\psi_g$ . Tendo que equações de tensão das bobinas do rotor são dados por:

$$\frac{1}{\omega_B} \frac{d\psi_f}{dt} = -R_f i_f + v_f \quad (14)$$

$$\frac{1}{\omega_B} \frac{d\psi_g}{dt} = -R_g i_g \quad (15)$$

onde  $\omega_B$  é a frequência elétrica angular,  $v_f$  é a tensão no enrolamento de campo, e  $R_f$  e  $R_g$  são as resistências elétricas das bobinas f e g. É possível substituir  $\psi_f$ ,  $i_f$ ,  $\psi_g$  e  $i_g$  nas mesmas a partir das Equações (12), (5), (13) e (7) respectivamente, obtendo-se assim:

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} [-E'_q + (x_d - x'_d)i_d + E_{fd}] \quad (16)$$

$$\frac{dE'_d}{dt} = \frac{1}{T'_{q0}} [-E'_d - (x_q - x'_q)i_q] \quad (17)$$

no qual

$$E_{fd} = \frac{x_{ad}}{R_f} v_f \quad (18)$$

$$T'_{d0} = \frac{x_f}{\omega_B r_f} \quad (19)$$

$$T'_{q0} = \frac{x_g}{\omega_B r_g} \quad (20)$$

onde  $E_{fd}$  é a tensão de campo,  $T'_{d0}$  é o tempo transitório de circuito fechado e  $T'_{q0}$  o tempo transitório de circuito aberto.

### Equações Mecânicas do Rotor

A Figura(4) apresenta uma ilustração da relação entre os diferentes eixos de referência usados na avaliação do movimento do rotor. Conforme (PADIYAR, 2008) a equação mecânica do rotor pode ser expressa da seguinte maneira

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + D' \frac{d\delta}{dt} = T_m - T_e \quad (21)$$

onde  $M = \frac{2H}{\omega_B}$  é o momento angular do rotor em função da constante de inércia H,  $\delta$  é o ângulo do rotor em referência com a rotação síncrona dado por  $\delta = \theta - \omega_0 t$  ( $\gamma$  – ângulo do rotor em relação aos eixos estacionários;  $\omega_0$  – velocidade angular inicial do rotor em relação aos eixos estacionários/velocidade síncrona),  $D'$  é o coeficiente de amortecimento,  $T_m$  é o torque mecânico que age sobre o rotor, e  $T_e$  é o torque elétrico dado por

$$T_e = \psi_d i_q - \psi_q i_d \quad (22)$$

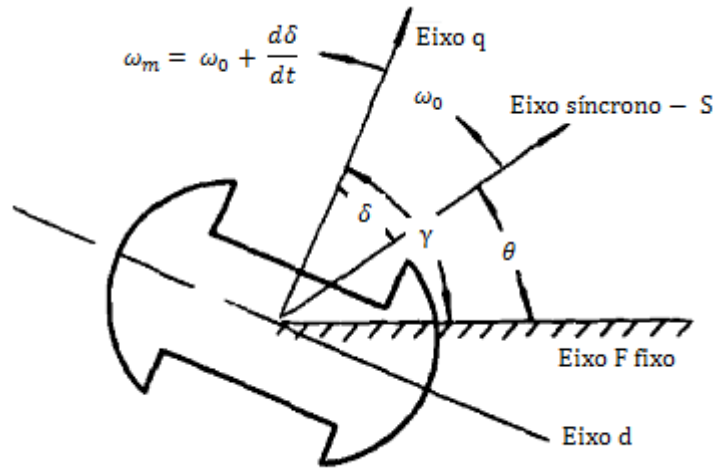


Figura 4: Relação entre os diferentes eixos de referência usados na avaliação do movimento do rotor do gerador.

Fonte: Adaptado de Lu, Sun e Mei (2001)

Substituindo as Equações (8) e (9) na Eq.(22) tem-se:

$$T_e = E'_d i_d + E'_q i_q + (x'_d - x'_q) i_d i_q \quad (23)$$

A Equação (21) pode ser reescrita em termos de duas equações de primeira ordem como

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_B (S_m - S_{m0}) \quad (24)$$

$$2H \frac{dS_m}{dt} = -D(S_m - S_{m0}) + T_m - T_e \quad (25)$$

onde  $D$  é o coeficiente de amortecimento unitário dado por  $D = \omega_B D'$  e  $S_{m0}$  e  $S_m$  são os escorregamentos inicial e em operação do gerador respectivamente, nos quais são dados por

$$S_m = \frac{\omega_m - \omega_B}{\omega_B} \quad (26)$$

$$S_{m0} = \frac{\omega_{m0} - \omega_B}{\omega_B} \quad (27)$$

$\omega_m$  - velocidade angular do rotor em relação aos eixos estacionários ;  $\omega_{m0}$  - velocidade angular inicial do rotor em relação aos eixos estacionários.

Normalmente, considera-se a velocidade angular de operação inicial como igual à velocidade angular nominal, o que implica em  $\omega_0 = \omega_B$  e conseqüentemente  $S_{m0} = 0$ . Desta forma, as equações (24) e (25) podem ser reescritas como se segue

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_m - \omega_B \quad (28)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{-D}{2H} (\omega_m - \omega_B) + \frac{\omega_B}{2H} T_m - \frac{\omega_B}{2H} T_e \quad (29)$$

Considerando que em valores por unidade (P.U),  $T_m = P_m$  e que  $T_e = P_e$ , onde  $P_m$  e  $P_e$  são as potências mecânicas e elétricas respectivamente, tem-se a seguinte representação para a equação (29)

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{-D}{2H}(\omega_m - \omega_B) + \frac{\omega_B}{2H}P_m - \frac{\omega_B}{2H}P_e \quad (30)$$

onde  $\omega$  é velocidade angular do gerador em relação à velocidade síncrona.

#### 4.1.2 Equações do Estator

Os enrolamentos de armadura de um gerador síncrono formam um sistema trifásico e geralmente são conectadas em  $Y$  sem neutro, no sistema de coordenadas  $[d \ q \ 0]$  este fator resulta em  $i_0 = 0$ . Assumindo então a ausência de corrente de sequência zero do estator e que os transientes do estator podem ser negligenciados (ignorada a variação na velocidade do rotor), segundo (PADIYAR, 2008) as equações do estator podem expressas da seguinte forma

$$-(1 + S_{mo})\psi_q - R_a i_d = v_d \quad (31)$$

$$(1 + S_{mo})\psi_d - R_a i_q = v_q \quad (32)$$

A Figura (5) representa o circuito do estator para o Modelo 1.1.

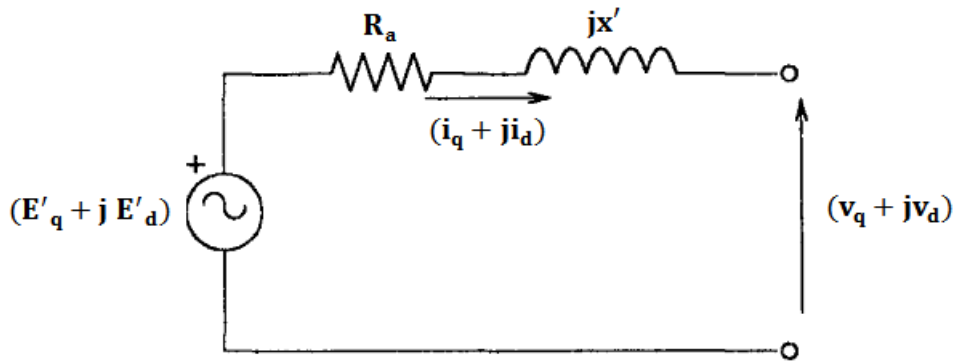


Figura 5: Circuito Equivalente do Estator.

Fonte: Adaptado de Padiyar (2008)

Tendo como base as Equações (31) e (32) do estator, as Equações (8) e (9) do fluxo concatenado do rotor descritas anteriormente, e de acordo com a Fig.(5), pode-se definir a equação do circuito equivalente do estator como:

$$(E'_q + jE'_d) - (R_a + jx)(i_q + j i_d) = v_q + j v_d = V_t \quad (33)$$

onde  $V_t$  é a tensão terminal do gerador.



### 4.1.3 Potências de Saída para o Gerador Síncrono

As potências ativa e reativa constituem as relações básicas da análise da dinâmica eletromecânica de geradores e sistemas de potência. Segundo (LU; SUN; MEI, 2001), a potência de saída instantânea para um gerador síncrono trifásico é dada por

$$P_e = V_a i_a + V_b i_b + V_c i_c \quad (\text{em valores reais}) \quad (34)$$

$$P_e = \frac{2}{3}(V_a i_a + V_b i_b + V_c i_c) \quad (\text{em valores por unidade}) \quad (35)$$

onde  $V_a, V_b, V_c, i_a, i_b$  e  $i_c$  são as tensões e correntes das fases  $a, b$  e  $c$  respectivamente. É possível a partir da transformada de Park representar a potência ativa de saída em termos das tensões  $v_d, v_q, v_0$  e das correntes  $i_d, i_q, i_0$  como

$$P_e = V_d i_d + V_q i_q + 2V_0 i_0 \quad (\text{em valores por unidade}) \quad (36)$$

onde  $V_d, V_q, V_0$  e  $i_d, i_q$  e  $i_0$  são as tensões e correntes de armadura no sistema de coordenadas  $d, q$ , e  $0$ . Como citado anteriormente, se as bobinas de um gerador síncrono estão conectadas em Y sem neutro, tem-se que  $i_0 = 0$ , o que implica em

$$P_e = V_d i_d + V_q i_q \quad (\text{em valores por unidade}) \quad (37)$$

Ainda conforme (LU; SUN; MEI, 2001), é possível substituir as relações da máquina síncrona

$$v_q = E_q - x_d i_d \quad (38)$$

$$v_d = x_q i_q \quad (39)$$

$$i_d = \frac{E_q - V_t \cos \delta}{x_d} \quad (40)$$

$$i_q = \frac{V_t}{x_q} \sin \delta \quad (41)$$

na Equação (37), obtendo assim

$$P_e = \frac{E_q V_t}{x_d} \sin \delta + \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \frac{V_t^2}{2} \sin(2\delta) \quad (42)$$

De maneira semelhante é possível obter a potência reativa como

$$Q = \frac{E_q V_t}{x_d} \cos \delta - \left( \frac{1}{x_d} + \frac{1}{x_q} \right) \frac{V_t^2}{2} + \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \frac{V_t^2}{2} \cos(2\delta) \quad (43)$$

O potencial elétrico  $E_q$  no qual depende as potência ativa e reativa definidas é dado por  $E_q = x_{ad} i_f$ , no entanto, por uma análise da Eq. (5),  $\psi_f = x_{ad} i_d + x_{fd} i_f$ , é possível notar que

ao ocorrer uma variação brusca da corrente de armadura  $i_d$  a corrente de campo  $i_f$  também se alterará para que o fluxo  $\psi_f$  mantenha-se constante. Deste modo, sob uma variação brusca da corrente de excitação o potencial elétrico  $E_q$  também se alterará, no entanto, o potencial elétrico transitório  $E'_q$  não se alterará sob as mesmas condições, visto que

$$E'_q = \psi_{fd} \frac{x_{ad}}{x_f} \quad (44)$$

Neste contexto, conforme (LU; SUN; MEI, 2001), as potências ativa e reativa podem ainda serem expressas em termos do potencial elétrico transitório  $E'_q$  em vez do potencial elétrico a vazio  $E_q$  de acordo com as seguintes expressões

$$P_e = \frac{E'_q V_t}{x'_d} \sin \delta + \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \frac{V_t^2}{2} \sin(2\delta) \quad (45)$$

$$Q = \frac{E'_q V_t}{x_d} \cos \delta + \left( \frac{1}{x'_d} + \frac{1}{x_q} \right) \frac{V_t^2}{2} + \left( \frac{1}{x_q} - \frac{1}{x'_d} \right) \frac{V_t^2}{2} \cos(2\delta) \quad (46)$$

Considerando que o controle não linear a ser analisado será desenvolvido para um gerador de rotor cilíndrico, em que  $x_q = x'_d$ , é possível obter as seguintes relações de potências para tais máquinas.

$$P_e = \frac{E'_q V_t}{x'_d} \sin \delta \quad (47)$$

$$Q = \frac{E'_q V_t}{x_d} \cos \delta - \frac{V_t^2}{x'_d} \quad (48)$$

#### 4.1.4 Formulação do Sistema de Equações

Nas seções anteriores foram apresentadas as equações básicas que descrevem o gerador síncrono conectado ao barramento infinito. Para o desenvolvimento do controle não linear as equações 28, 30, 16 e 17 serão agrupadas em um sistema que será a base das relações de aplicação do controle. No sistema elaborado, o ângulo  $\delta$  do rotor, a velocidade angular  $\omega$ , e as tensões equivalentes  $E'_q$  e  $E'_d$  são então tratadas como as variáveis de estado.

##### Sistema base do controle

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= \omega_m - \omega_B \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{-D}{2H}(\omega_m - \omega_B) + \frac{\omega_B}{2H}P_m - \frac{\omega_B}{2H}P_e \\ \frac{dE'_q}{dt} &= \frac{1}{T'_{d0}}[-E'_q + (x_d - x'_d)i_d + E_{fd}] \\ \frac{dE'_d}{dt} &= \frac{1}{T'_{q0}}[-E'_d - (x_q - x'_q)i_q] \end{aligned} \quad (49)$$

O equacionamento do problema dado no sistema (49) pode ser escrito de forma compacta pelo sistema não linear abaixo.

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (50)$$

onde

$$x = \begin{bmatrix} \delta \\ \omega \\ E'_q \\ E'_d \end{bmatrix} \quad (51)$$

é o vetor de estados

$$u = [E_{fd}] \quad (52)$$

é o vetor de entrada, e  $f$  é o campo vetorial dado por

$$f = \begin{bmatrix} \omega \\ \frac{1}{2H}[T_m - D\omega - E'_d \frac{E_b \cos \delta - E'_q}{x'_d + x_l} - E'_q \frac{E_b \sin \delta + E'_d}{x'_q + x_l} - (x'_d - x'_q) \frac{E_b \cos \delta - E'_q}{x'_d + x_l} \frac{E_b \sin \delta + E'_d}{x'_q + x_l}] \\ \frac{1}{T'_{d0}}[-E'_q + (x_d - x'_d) \frac{E_b \sin \delta - E'_q}{x'_d + x_l} + E_{fd}] \\ \frac{1}{T'_{q0}}[-E'_d + (x_q - x'_q) \frac{E_b \sin \delta - E'_d}{x'_q + x_l}] \end{bmatrix} \quad (53)$$

onde os termos devidamente substituídos foram apresentadas anteriormente.

A partir do sistema elaborado é possível avaliar por meio de simulação computacional o comportamento do sistema perante à falhas que venham a ocorrer no mesmo, no entanto, vale ressaltar que o sistema de equações não descreve qualquer tipo de controle que possa atuar no sistema de potência.

## 5 A ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

Para o fornecimento de um serviço confiável o sistema elétrico deve permanecer intacto e capaz de suportar uma grande variedade de perturbações, ou seja, deve ser estável. (KUNDUR, 1993) define a estabilidade de um sistema de potência como a propriedade que permite o sistema manter-se em estado de operação equilibrado em condições normais de operação e de readquirir um estado de equilíbrio aceitável após sujeito a uma perturbação. Normalmente o problema de estabilidade decorre da manutenção da operação síncrona, visto que os sistemas de potência dependem na sua maioria de máquinas síncronas para geração elétrica. Neste sentido, a premissa de que todas as máquinas operem em sincronismo é uma condição necessária para uma operação satisfatória do sistema, o que resulta operar na mesma tensão eficaz, mesma sequência de fases e mesma frequência. A Fig.(6) apresenta uma classificação da estabilidade segundo o parâmetro de dependência.

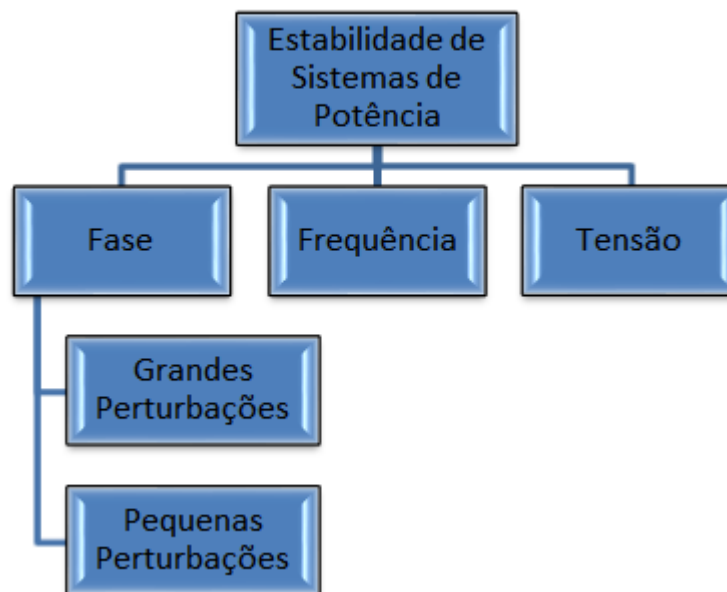


Figura 6: Classificação da Estabilidade.

A estabilidade frente a pequenas perturbações refere-se à habilidade do sistema elétrico em manter-se em sincronismo após uma pequena perturbação, enquanto a estabilidade frente grandes perturbações estabilidade transitória lida com os efeitos de grandes e rápidas perturbações como falhas, interrupções na rede ou rápidas inserções o remoções de carga. Para a conservação da estabilidade transitória de geradores, tem-se como possibilidade a utilização de controles de excitação e de controles de inércia do rotor por meio do regulador de turbina. Enquanto os controles de inércia visam a regulação da velocidade de rotação do rotor e controle do sistema de potência, os controles de excitação concentram-se na regulação de tensão

do gerador e potência reativa de saída (KUNDUR, 1993). Neste trabalho é abordado o controle da estabilidade transitória de geradores por meio de controles de excitação, onde a partir da formulação matemática dos sistemas de equações descritos anteriormente para o gerador síncrono desenvolve-se mecanismos de regulação de tensão através da excitação da corrente de campo do gerador.

O comportamento de geradores em situações de contingência e posteriores reações aos controles pode ser simulado computacionalmente. Com a evolução dos computadores foram desenvolvidas diversas ferramentas de simulação que suportam detalhar não só os grandes sistemas de potência, mas também considerar os detalhes de controle do gerador e os modelos de carga. Os modos de simulação podem ser classificados de acordo com os detalhes dos componentes do modelo, estes são:

1. Simulação de curta duração ou Programa de Estabilidade Transitória ( $< 10s$ )
2. Simulação de média duração (mais que 5 min)
3. Simulação de longa duração (20 minutos ou mais)

Enquanto as simulações de curta duração consideram as mudanças rápidas das variáveis elétricas, as simulações de longa duração avaliam as lentas modificações na frequência e potência, ou seja, após os rápidos transientes elétricos.

## 5.1 CONCEITOS DA ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

A análise de estabilidade de sistemas não lineares, como a estabilidade transitória, pode ser abordada por um conceito de métodos diretos de análise, ou teoria de Lyapunov. Essa teoria foi desenvolvida para aplicação em sistemas em que o controle já foi desenvolvido (malha fechada) e que não possuem entrada. A existência de uma função de Lyapunov é uma condição suficiente para provar a estabilidade local de sistemas não lineares em malha aberta, porém não garante o fornecimento de estimativas ótimas da região de estabilidade. Deste modo, a utilização das funções de Lyapunov mostra-se como uma boa alternativa de projeto para auxílio nas escolhas de sinais de realimentação, uma vez que a existência da Função de Lyapunov de Controle (FLC) é uma condição necessária e suficiente para que um sistema torne-se estabilizável via realimentação contínua, no entanto, determinar a Função de Lyapunov para alguns sistemas pode se tornar difícil.

A seguir serão apresentados alguns conceitos e definições relacionados aos sistemas autônomos não lineares necessários para o entendimento de ponto de equilíbrio e região de estabilidade.

Dado um sistema autônomo

$$\dot{x} = f(x) \quad (54)$$

onde  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados e  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  é uma função de classe  $C^1$ , condição que garante a existência e unicidade das soluções da Equação (54). A solução de (54) iniciando em  $x_0$ , no instante  $t_0$ , é denotada por  $\varphi(t, x_0)$  (função de fluxo de equação diferencial  $\varphi(t, x)$  que descreve o comportamento dinâmico do sistema).

Tem-se as seguintes definições conforme (SIQUEIRA, 2012).

**Definição 1. (Pontos de Equilíbrio):** "Um ponto  $x_0$  é um ponto de equilíbrio do sistema se  $f(x_0) = 0$ ".

**Definição 1. (Pontos de equilíbrio estável):** "Um ponto  $x_0$  é um ponto de equilíbrio estável do sistema se dado um  $\epsilon > 0$  (arbitrariamente pequeno), existe um  $\delta = \delta(\epsilon)$  tal que se  $\|x_0 - x^*\| < \delta$  então  $\|\varphi(t, x_0) - x^*\| < \epsilon$  para todo  $t \geq t_0$ ".

A Figura (7) representa geometricamente a Definição 2, onde o ponto de equilíbrio é estável se, as soluções permanecem em uma vizinhança arbitrariamente pequena do ponto de equilíbrio para pequenas perturbações iniciais.

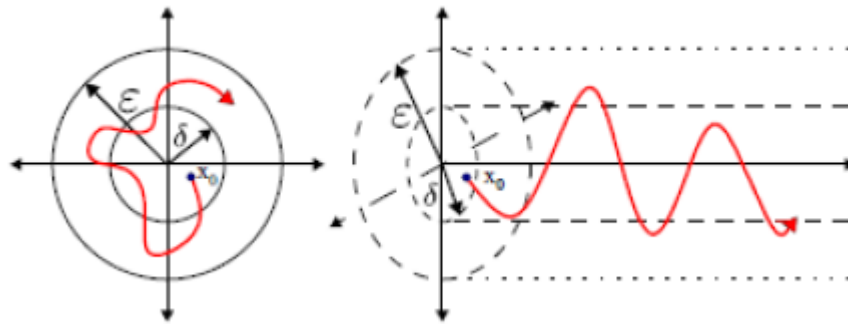


Figura 7: Estabilidade de Pontos de Equilíbrio.

Fonte: (SIQUEIRA, 2012)

**Definição 3. (Ponto de equilíbrio Assintoticamente estável):** "Um ponto  $x^*$  é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável se é estável e se existe um  $\delta > 0$ , tal que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t, x_0) = 0$  para qualquer  $x_0 - x^* < \delta$ ".

Pela Definição 3 o ponto de equilíbrio do sistema é assintoticamente estável, conforme Fig.(8), onde para  $t \rightarrow \infty$  e valores suficientemente pequenos de perturbações iniciais as soluções convergem para o ponto de equilíbrio.

As definições apresentadas permitem compreender o conceito de região de estabilidade, onde tem-se um conjunto de condições iniciais que convergem o sistema para o ponto de equilíbrio estável  $x_0$ . A região de estabilidade compreende-se pela região limite no qual o sistema é

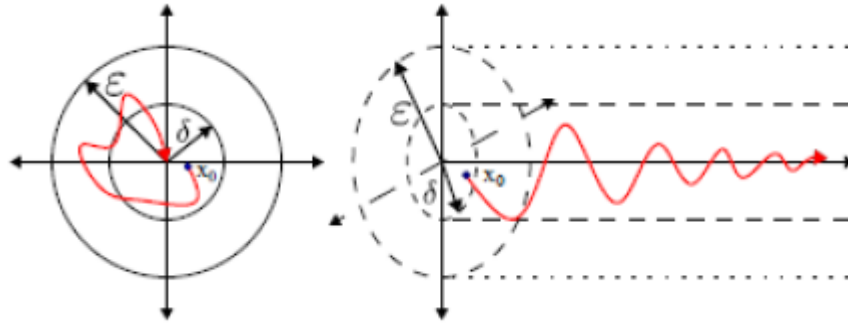


Figura 8: Estabilidade de Pontos de Equilíbrio.

Fonte: (SIQUEIRA, 2012)

capaz de retornar à estabilidade a partir das condições iniciais estabelecidas. Deste modo, para um sistema de potência a região de estabilidade consiste na região de estabilidade definida pelo sistema pós-falta, no qual o tempo para que a órbita  $\varphi(t, x)$  abandone a região de estabilidade pós-falta é definido como tempo crítico de abertura.

### 5.1.1 A Estabilidade em Sistemas de Potência

Para um sistema de potência de um gerador conectado ao barramento infinito analisado neste trabalho supõe-se que o gerador opera em sincronismo com o barramento em regime permanente e em condições normais de operação. A ocorrência de uma falta no sistema em  $t = 0$  levará a alterações nos parâmetros de rede (reatância) do sistema, o que consequentemente alterará as equações que descrevem o sistema durante o intervalo de tempo de ocorrência da falta ( $t_f$ ). Eliminada a falta, o sistema sofre novamente uma alteração dos parâmetros de rede resultando em outro sistema de equações do tempo de eliminação da falta em diante. Desta forma, três subclassificações do sistema são definidas: sistema pré-falta, sistema em falta e sistema pós-falta.

Nesta nova configuração do sistema, cada intervalo de tempo será então descrito por um conjunto de equações diferenciais do tipo

$$\frac{dx}{du} = f(x, u(t)) \begin{cases} t \leq 0, u(t) = u(t_{prf}) \\ 0 < t \leq t_f, u(t) = t(t_f) \\ t > t_f, u(t) = u(t_{pf}) \end{cases} \quad (55)$$

onde  $x$  são variáveis de estado,  $u$  são parâmetros dependentes do tempo, e  $t_{prf}$ ,  $t_f$  e  $t_{pf}$  são respectivamente tempo de pré-falta, tempo de falta e tempo pós-falta.

Deste modo, a solução do sistema em pré-falta resulta em valores constantes, visto que o sistema encontra-se em regime permanente, que podem ser obtidos por meio do fluxo de potência. Ocorrida a falta, o tempo crítico deve ser determinado de modo a definir o tempo máximo de abertura em que o sistema ainda permaneça estável, ou seja, o tempo de abertura do

sistema de proteção. Já para o sistema pós-falta, as condições iniciais são determinadas a partir da solução do sistema em falta para o tempo crítico de abertura.

### 5.1.2 O controle da estabilidade

Conforme (KUNDUR, 1993) a estabilidade transitória de um sistema está relacionada a uma série de parâmetros como a carga do gerador, o tempo de eliminação da falta, a reatância da linha de transmissão após a falta, a reatância do gerador, a inércia do gerador, a tensão do barramento entre outros.

Para tanto, se torna essencial que o sistema seja projetado e operado para suportar as possíveis contingências que venham a ocorrer sem perda de carga, e que mesmo a mais adversa contingência não resulte em interrupções generalizadas e incontroláveis. Um sistema de potência devidamente projetado e operado deve atender requerimentos fundamentais de qualidade considerando fatores como:

- a) frequência constante;
- b) tensão constante;
- c) nível de segurança;

Os requerimentos citados podem ser alcançados por meio de vários níveis de controle envolvendo um complexo arranjo de dispositivos do sistema. A Fig.(9) apresenta as interconexões entre os vários subsistemas do gerador (Elétrica do rotor; Mecânica do rotor; Sistema de Excitação; Regulador de turbina) onde as equações de controle são empregadas. Os termos  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  da Fig.(9) são funções não lineares de variáveis de entrada que podem ser obtidas das equações de controle determinadas.



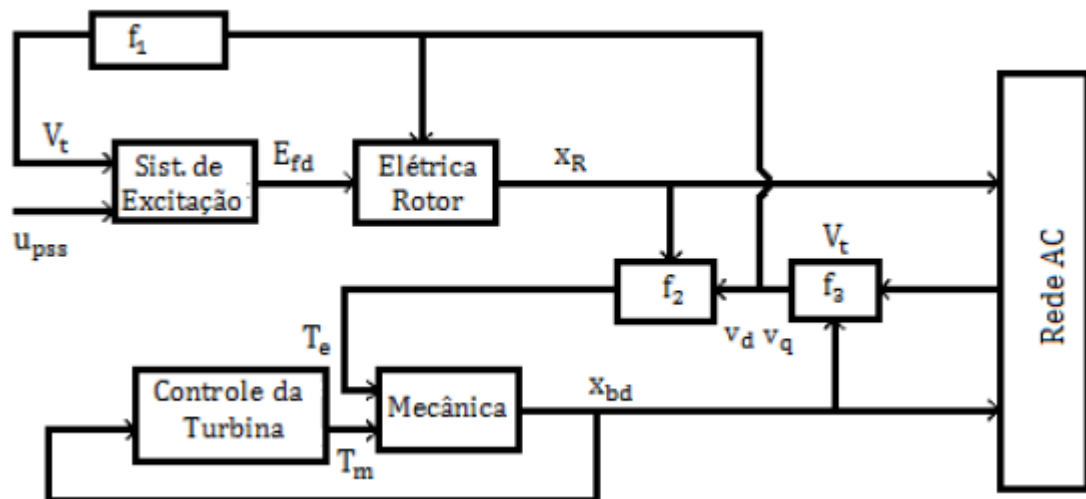


Figura 9: Interconexões entre os subsistemas do Gerador.

Fonte: (KUNDUR, 1993)

## 6 CONCEITOS DO CONTROLE NÃO LINEAR

Neste capítulo são apresentados os conceitos teóricos necessários ao desenvolvimento da teoria de controle não linear. Assim como a teoria clássica de controle e a teoria de controle linear, que buscam projetar e fabricar novos e melhores tipos de controladores, os novos sistemas de controle não lineares compartilham esse mesmo princípio (LU; SUN; MEI, 2001).

Os sistemas de controle não lineares seguem métodos de projetos tais como o método de linearização exata por realimentação de estados (do inglês: *state feedback exact linearization design method*), o método de projeto de dinâmica zero (do inglês: *zero-dynamics design method*) e o desacoplamento de perturbação (do inglês: *disturbance decoupling one*), no qual os dois primeiros principalmente melhoram a estabilidade dos sistemas e a performance dinâmica, enquanto o último visa o aumento da capacidade do sistema de controle em resistir a grandes perturbações. Como mencionado anteriormente, neste trabalho será utilizado a linearização exata por realimentação de estados como método de desenvolvimento do controle.

Para uma correta linearização exata por realimentação de estados dois problemas devem ser identificados e solucionados. Trata-se de como confirmar se um certo sistema não linear pode ser exatamente linearizado em um sistema linear completamente controlável, o que é uma condição necessária e suficiente para uma linearização exata, e como determinar o algoritmo do problema, ou seja, como determinar a lei de realimentação não linear de estados. Deste modo, posteriormente são apresentadas as condições para que um sistema não linear possa ser linearizado por realimentação exata de estados e como definir a lei de realimentação de estados.

A seguir, a fim de proporcionar um entendimento da construção da teoria de controle, tem-se esclarecidos alguns conceitos matemáticos específicos e definições como transformação não linear de coordenadas, mapeamento não linear no espaço de estados e difeomorfismo, sistema de controle não linear afim, campos vetoriais e cálculo diferencial dos campos vetoriais, e Álgebra de Lie.

### 6.1 DEFINIÇÕES MATEMÁTICAS

#### 6.1.1 Transformação Não Linear de Coordenadas e Difeomorfismo

Ao se tratar de problemáticas que envolvem sistemas lineares, uma abordagem sobre transformações lineares de coordenadas faz-se suficiente para o entendimento do problema, no entanto, ao se tratar de sistemas não lineares, é possível representar as transformações do sistema na forma

$$Z = \phi(X) \tag{56}$$

onde  $Z$  e  $X$  são vetores de dimensões iguais e  $\phi$  é um vetor de funções não lineares que pode ser expandido por

$$\begin{aligned} z_1 &= \phi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ z_2 &= \phi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\dots \\ z_n &= \phi_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \tag{57}$$

Para que uma transformação de coordenadas seja não linear assume-se que

- A transformação inversa existe e é de valor único.  
 $X = \phi^{-1}(Z)$
- $\phi(X)$  e  $\phi^{-1}(Z)$  são vetores que possuem derivada parcial contínua em qualquer ordem.

Caso essas duas condições sejam satisfeitas a expressão  $Z = \phi(X)$  deve ser uma transformação de coordenadas válida e sua expressão  $\phi(X)$  é chamada de difeomorfismo entre duas coordenadas do espaço. Assim, os difeomorfismos são mapeamentos diferenciáveis e com relação um-para-um entre dois conjuntos, o que permite transportar estruturas definidas ao longo dos pontos do conjunto domínio, para o conjunto imagem, sem sobressaltos (VIDYASAGAR, 1992).

### 6.1.2 Mapeamento

Do ponto de vista geométrico, conforme Fig.(10) as coordenadas  $Z = \phi(X)$  e  $X = \phi^{-1}(Z)$  podem ser consideradas como o mapeamento entre dois espaços de mesma dimensão  $X$  e  $Z$ . Deste modo, as transformações de coordenadas também podem ser referenciadas como mapeamento, e caso a transformação seja um difeomorfismo o mapeamento também será denominado mapeamento de difeomorfismo.

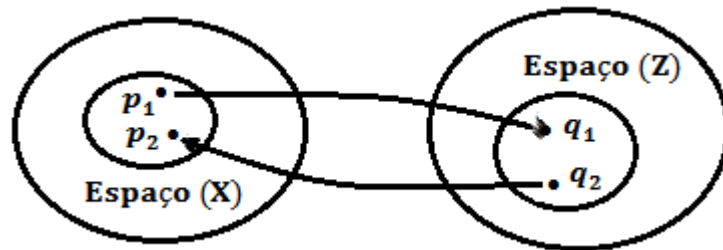


Figura 10: Mapeamento entre os sistemas de coordenadas  $X$  e  $Z$

### 6.1.3 Transformação de Coordenadas para Sistemas de Controle Não Linear

Tomando um sistema de entrada e saída única como

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1, \dots, x_n) + g_1(x_1, \dots, x_n)u \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, \dots, x_n) + g_2(x_1, \dots, x_n)u \\ &\dots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, \dots, x_n) + g_n(x_1, \dots, x_n)u\end{aligned}\tag{58}$$

e a equação de saída

$$y = h(x_1, \dots, x_n)\tag{59}$$

é possível reescrever o sistema como

$$\begin{aligned}\dot{X} &= f(X) + g(X)u \\ y &= h(X)\end{aligned}\tag{60}$$

onde  $X$  e  $u$  são variáveis de estado e de controle respectivamente,  $y$  é a variável de saída,  $f$  e  $g$  são vetores de função não linear e  $h$  é função não linear de  $X$ .

Definindo a transformada de coordenada como

$$Z = \phi(X)\tag{61}$$

sua derivada será dada por

$$\dot{Z} = \frac{d\phi(X)}{dt} = \frac{\partial\phi(X)}{\partial X} \frac{dX}{dt}\tag{62}$$

A partir da substituição da Eq.(60) na Eq.(62) tem-se

$$\begin{aligned}\dot{Z} &= \frac{\partial\phi(X)}{\partial X} (f(X) + g(X)u) \\ y &= h(X)\end{aligned}\tag{63}$$

Assumindo que  $\phi(X)$  é difeomorfismo tem-se

$$X = \phi^{-1}(Z)\tag{64}$$

De acordo com as equações anteriores pode-se então obter uma forma comum de representação da transformação de coordenadas de um sistema de controle não linear como

$$\begin{aligned}\dot{Z} &= \tilde{f}(Z) + \tilde{g}(Z)u \\ y &= \tilde{h}(Z)\end{aligned}\tag{65}$$

onde

$$\begin{aligned}\bar{f}(Z) &= \frac{\partial \phi(X)}{\partial X} f(X)|_{x=\phi^{-1}(Z)} \\ \bar{g}(Z) &= \frac{\partial \phi(X)}{\partial X} g(X)|_{x=\phi^{-1}(Z)} \\ \bar{h}(Z) &= h(X)|_{x=\phi^{-1}(Z)}\end{aligned}\quad (66)$$

#### 6.1.4 Sistemas de Controle Não Linear Afim

Conforme (FALEIROS; YONEYAMA, 1992), os sistemas não lineares afim são sistemas que podem ser expressos por

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= f(X(t)) + \sum g_i(X(t))u_i(t) \\ Y(t) &= h(X(t))\end{aligned}\quad (67)$$

onde  $X$  é um vetor de estado,  $u_i (i = 1, \dots, m)$  são variáveis de controle,  $h(X)$  é um vetor  $m$ -dimensional de função de saída,  $f(X)$  e  $g_i(X) (i = 1, \dots, n)$  são vetores de função  $n$ -dimensional. Vale ressaltar que os sistemas de controle não linear afim possuem vetores de estado  $X(t)$  não lineares, porém, as variáveis de controle  $u_i (i = 1, \dots, m)$  são dadas por relações lineares. Equações do tipo Eq.(67) são comumente usadas em problemas de sistemas não lineares de engenharia como sistemas de potência, sistemas de controle robótico, sistemas de controle de helicópteros e sistemas de controle químicos, etc..

#### 6.1.5 Campos Vetoriais

Na Equação (67)  $f(X)$  é uma função vetorial  $n$ -dimensional do tipo

$$f(X) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (68)$$

No qual cada componente de  $f(X)$  é uma função de variáveis  $X = [x_1 \dots x_n]^T$ . Neste contexto, cada ponto específico no espaço de estado corresponde a determinado vetor nesse ponto

$$f(X^0) = [f_1(X^0) \dots f_n(X^0)]^T \quad (69)$$

onde  $f(X)$  é denominado campo vetorial do espaço de estado. No mesmo sentido,  $g_i(X) = [g_{i1} \dots g_{in}(X)]^T, i = 1, \dots, m$  também é dado como um campo vetorial.

### 6.1.6 Involutividade e Conjuntos de Campos Vetoriais

Uma propriedade importante no desenvolvimento de sistemas de controle não linear é a involutividade, sendo a confirmação da involutividade dos conjuntos de campos vetoriais indispensável. A fim de definir a involutividade de uma matriz faz-se um campo vetorial  $k$   $n$ -dimensional com a seguinte forma

$$g_1(X) = \begin{bmatrix} g_{11}(x_1, \dots, x_n) \\ g_{12}(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_{1n}(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix}, \dots, g_k(X) = \begin{bmatrix} g_{k1}(x_1, \dots, x_n) \\ g_{k2}(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_{kn}(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (70)$$

para deste modo obter a matriz

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{21} & \cdots & g_{k1} \\ g_{12} & g_{22} & \cdots & g_{k2} \\ \vdots & & & \\ g_{1n} & g_{2n} & \cdots & g_{kn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1(X) & g_2(X) & \cdots & g_k(X) \end{bmatrix} \quad (71)$$

Se a matriz possui posto  $k$  em  $X = X^0$  e a matriz aumentada

$$\begin{bmatrix} g_1 & g_2 & \cdots & g_k & [g_i, g_j] \end{bmatrix} \quad (72)$$

possuir o mesmo posto  $k$  em  $X = X^0$  para um arbitrário par de números inteiros  $i$  e  $j$  onde  $1 \leq i, j \leq k$ , então o campo vetorial

$$\{g_1, g_2, \dots, g_k\} \quad (73)$$

é definido como involutivo ou diz-se que ele possui a propriedade da involutividade.

Geometricamente a involutividade diz que um novo campo vetorial obtido a partir de uma operação com dois campos vetoriais arbitrários dos  $k$  vetores de campo originais não são linearmente independentes, ou seja, os vetores gerados são linearmente dependentes dos  $k$  vetores de campo originais. Em outras palavras, o novo campo vetorial ainda está no espaço gerado pelos  $k$  vetores de campos originais e não gera uma nova direção.

### 6.1.7 Definições da Álgebra de Lie

No estudo de sistemas de controle não lineares é imprescindível o entendimento dos conceitos algébricos de Lie como métodos geométricos essenciais para o desenvolvimento de tais sistemas. A seguir, estes conceitos são esclarecidos.

### Derivada de Lie

Dada uma função escalar  $\lambda(X)$  de  $X = [x_1 \dots x_n]^T$  e um campo vetorial  $f(X) = [f_1 \dots f_n]^T$ , a função escalar

$$L_f \lambda(X) = \frac{\partial \lambda(X)}{\partial X} f(X) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \lambda(X)}{\partial X_i} f_i(X) \quad (74)$$

é denominada Derivada de Lie da função  $\lambda(X)$  ao longo do vetor de campo  $f(X)$ .

### Grupos de Lie

Dado dois campos vetoriais  $f(X) = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n]^T$  e  $g(X) = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_n]^T$ , a operação denotada por  $[f(X), g(X)]$  ou ainda  $ad_f g$  entre estes dois campos vetoriais gera um terceiro campo vetorial que define um Grupo de Lie de  $g(X)$  ao longo de  $f(x)$ . A realização dessa operação dá-se da seguinte forma

$$[f, g] = ad_f g = \frac{\partial g}{\partial X} f - \frac{\partial f}{\partial X} g \quad (75)$$

onde os termos  $\partial g / \partial X$  e  $\partial f / \partial X$  correspondem às matrizes jacobianas.

#### 6.1.8 Grau Relativo de um Sistema de Controle

Um outro conceito importante no desenvolvimento de sistemas de controle é o grau relativo simbolizado por  $r$ . Considerando o sistema (60), caso as seguintes propriedades sejam atendidas

- (i) A *Lie derivate* da função  $L_f^k h(X)$  ao longo de  $g$  é igual a zero na vizinhança  $\Omega$  de  $X = X^0$ , ou seja

$$L_g L_f^k h(X) = 0, \quad k < r - 1, \quad \forall x \in \Omega$$

- (ii) A *Lie derivate* da função  $L_f^{r-1} h(X)$  ao longo do campo vetorial  $g(X)$  não é igual a zero em  $\Omega$ , ou seja

$$L_g L_f^{r-1} h(X) \neq 0, \quad k < r - 1, \quad \forall x \in \Omega$$

então é dito que esse sistema possui grau relativo  $r$  em  $\Omega$ .

De acordo com (FALEIROS; YONEYAMA, 1992), se o grau relativo  $r$  de um sistema não linear afim for igual a dimensão  $n$  do vetor de estado é possível então descrever o sistema

não linear pela expressão

$$\begin{aligned} z_1 &= h(X) \\ z_2 &= L_f h(X) \\ &\dots\dots\dots \\ z_n &= L_f^{n-1} h(X) \end{aligned} \quad (76)$$

que também pode ser escrito como

$$Z = \Phi(X) \quad (77)$$

onde  $\Phi(X)$  deve ser um difeomorfismo local.

Neste contexto, um novo sistema dinâmico descrito pelas coordenadas  $Z$  é dado por

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots\dots\dots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= a(X) + b(X)u; \quad X = \Phi^{-1} \end{aligned} \quad (78)$$

no qual a equação de saída é dada por

$$y = h(X) = z_1 \quad (79)$$

### 6.1.9 Linearização exata

O conhecimento teórico acerca da Álgebra de Lie apresenta-se como peça fundamental na discussão das condições necessárias e suficientes para a exata linearização de um sistema não linear afim. Para definir tais condições utiliza-se do Teorema de *Frobenius*, no qual duas condições devem ser atendidas para que um sistema tenha linearização exata.

Em um sistema não linear afim

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u \quad (80)$$

onde  $X$  é o vetor de estados,  $u$  é a variável de controle, e  $f$  e  $g$  são vetores de campo  $n$ -dimensionais, a existência de uma função de saída  $w(X)$  tal que o grau relativo do sistema seja  $r = n$  é uma condição necessária para uma exata linearização. Conforme (LU; SUN; MEI, 2001), se e somente se,



## 1. O posto da matriz

$g(X), ad_f g(X), ad_f^2 g(X), \dots, ad_f^{n-2} g(X), ad_f^{n-1} g(X)$   
 não variar e for igual a  $n$  na vizinhança de  $X^0$ .

## 2. O campo vetorial dado por

$D = \{g(X), ad_f g(X), ad_f^2 g(X), \dots, ad_f^{n-2} g(X)\}$   
 for involutivo em  $X = X^0$

existirá uma função  $w(X)$  que o grau relativo  $r$  será igual à ordem  $n$  do sistema em  $X = X^0$ . Isto significa que o sistema pode ser exatamente transformado em um completamente controlável sistema linear.

Em resumo, se um sistema não linear afim possui grau relativo  $r = n$  onde  $n$  representa o número da ordem do sistema, então o mapeamento de coordenadas expressado em (76) é capaz de transferir o sistema não linear consigo, assim como o sistema (78), em que as primeiras  $(n - 1)$  equações são linearizadas e não incluem a variável de controle  $u$  e somente a última equação envolvendo  $u$  é não linear. Deste modo, o grau relativo se mostra bastante importante para a exata linearização de sistemas não lineares afim (LU; SUN; MEI, 2001).

## 7 DESENVOLVIMENTO DO CONTROLE NÃO LINEAR

A utilização de sistemas de excitação não linear é uma tendência no desenvolvimento de controles de excitação. De acordo com Slotine e Li (1991), estes sistemas tiveram seu desenvolvimento segmentado em três estágios de evolução desde a década de 1940.

O primeiro estágio no desenvolvimento de controles foi o controle de variável única (do inglês: *single variable control*), em que tem-se como estratégia a regulação de tensão pela proporção da variação na tensão terminal do gerador  $\Delta V_t$  ou pela proporção, integração, e diferenciação de  $\Delta V_t$  (regulação PID).

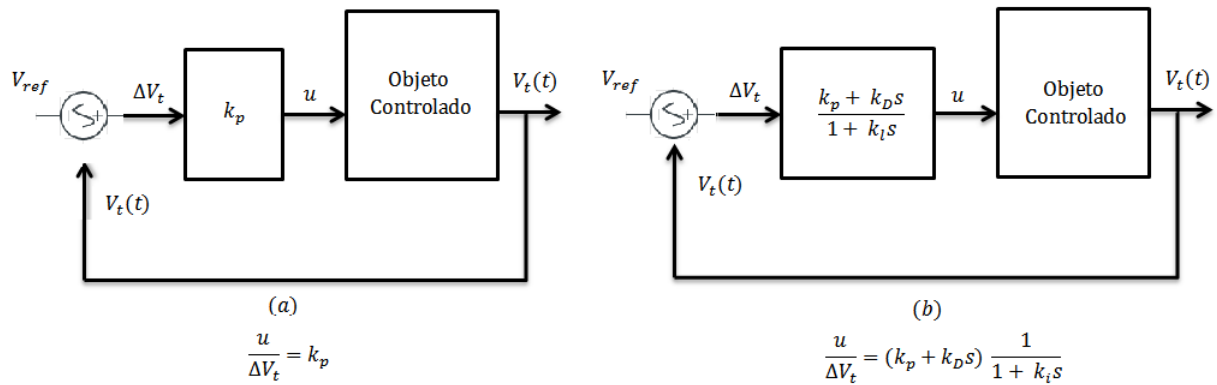


Figura 11: Diagrama de bloco da função de transferência do controle de excitação de variável única

Na Figura (11),  $u(t)$  representa a tensão de saída do controle;  $\Delta V_t = V_{ref} - V_t(t)$ , onde  $V_{ref}$  é a tensão de referência e  $V_t(t)$  é a média em tempo real dos valores efetivos trifásicos da tensão terminal do gerador; e  $k_p$ ,  $k_i$  e  $k_d$  são o ganho proporcional, o ganho integral e o ganho derivativo respectivamente.

O segundo estágio do desenvolvimento foi o controle linear de multi variáveis (do inglês: *linear multi-variable control*), que foi gradualmente desenvolvido com o intuito de melhorar a performance dos sistemas de potência dinâmicos e a estabilidade de pequenas perturbações. O primeiro controle linear de multi variáveis apresentado – Estabilizador de Sistemas de Potência (do inglês: *Power System Stabilizer*) – possui como estratégia de controle não só a regulação proporcional, integral e diferencial mas também um segundo elemento de compensação, que refere-se à variação da velocidade angular do gerador  $\Delta \omega$  ou à variação da frequência  $\Delta f$ , para uso em um bloco de *feedback* suplementar.

Na Figura 12, o ganho  $k_R$  deve ser ajustado entre 100 e 200, a função de transferência  $T_D$  é geralmente selecionada entre 0.3 e 1.0, enquanto  $T_I$  pode ser escolhido entre 4.0 e 6.0. O controle adicional do PSS é constituído dos elementos de compensação de primeira ordem *I* e *II*, de um elemento de amplificação *III* e de um elemento reset e limitador de 5% *IV*. Pela

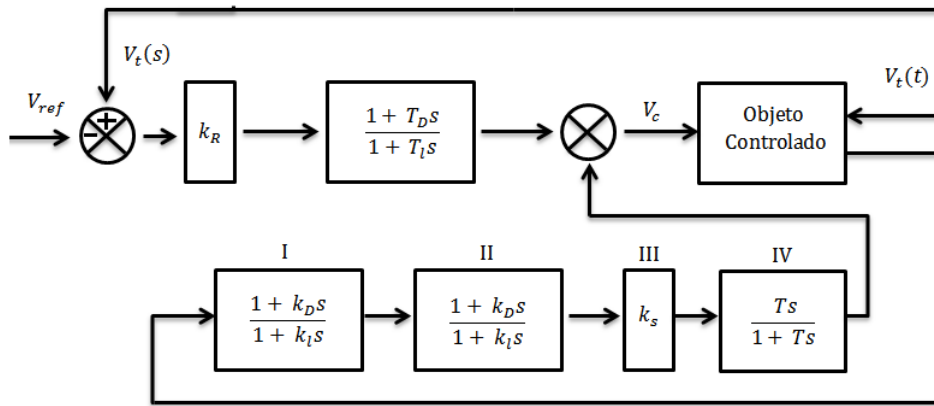


Figura 12: Diagrama de bloco da função de transferência do PSS

análise da Figura 12 é possível notar que o PSS é de fato um controle linear com um sinal de entrada suplementar  $\Delta\omega$  ou  $\Delta f$ .

Apesar de apresentar uma melhora das características de amortecimento e de estabilidade frente a pequenas perturbações dos sistemas de potência, os controles PSS ainda apresentam duas deficiências. A primeira é quando os parâmetros  $k_D$ ,  $k_I$ ,  $k_s$ , e  $T$  já estão determinados, onde apesar de o controle obter um bom efeito para determinadas vizinhanças de frequência, os efeitos do PSS serão diminuídos, seja por problemas nos ajustes de parâmetros seja por mudanças na operação do sistema de potência ou na estrutura da rede. O segundo problema do controle PSS é o fato de que sob condições de baixa frequência esse tipo de controle com sinal suplementar não atinge o efeito ótimo de controle.

No início dos anos 1970 o Controle de Excitação linear Ótimo (do inglês: **Linear Optimal Excitation Control - LOEC**) foi apresentado por estudiosos. No LOEC as duas deficiências apresentadas pelo PSS são compensadas, no entanto, quando o controle é aplicado a um sistema de múltiplas máquinas o resultado é um controle descentralizado não ótimo. O princípio de controle do LOEC para uma máquina conectada ao barramento infinito pode ser representado por

$$u = \Delta V_f = -(k_v \Delta V_t + k_\omega \Delta\omega + k_p \Delta P_e) \quad (81)$$

onde  $\Delta V_t$ ,  $\Delta\omega$  e  $\Delta P_e$  são respectivamente a variação da tensão terminal do gerador, da velocidade angular e da potência ativa.  $\Delta V_f$  é a variação da tensão de excitação, e  $k_v$ ,  $k_\omega$  e  $k_p$  são coeficientes ótimos de ganho.

Por fim, após o desenvolvimento dos métodos de controle apresentados deu-se início ao desenvolvimento dos controles não lineares, no qual uma abordagem mais detalhada será realizada a seguir.

## 7.1 CONTROLE DE EXCITAÇÃO NÃO LINEAR

O modelo matemático adotado pelos controles lineares até então apresentados, de utilizar um modelo linear para representar um sistema não linear, possuem como limitação as interferências oriundas de grandes perturbações, visto que em tais casos o ponto de operação do sistema de potência é alterado para fora do ponto de equilíbrio determinado em projeto, fazendo com que os efeitos do controle fiquem debilitados. Segundo Isidori (1995), em alguns casos é possível que o controle atue de forma negativa na estabilidade transitória, sendo necessário uma limitação da atuação do controle para uma amplitude limite de erro de até 5%, o que faz com que para grandes perturbações o controle deixe de atuar. Neste contexto, o controle não linear foi desenvolvido com o intuito de solucionar tais problemas, haja vista que aproxima o sistema de potência diretamente por um modelo não linear.

### 7.1.1 Controle de Excitação Não Linear para a Máquina Síncrona

Nos capítulos anteriores foram apresentados os princípios básicos do gerador síncrono e explanados os conceitos teóricos acerca do controle de excitação não linear, deste modo, o controle de excitação desenvolvido partiu das formulações já expostas. Conforme já citado, o controle elaborado tem por base o seguinte sistema de equações descritas para o gerador síncrono

$$\begin{aligned}
 \frac{d\delta}{dt} &= \omega_m - \omega_B \\
 \frac{d\omega}{dt} &= \frac{-D}{2H}(\omega_m - \omega_B) + \frac{\omega_B}{2H}P_m - \frac{\omega_B}{2H}P_e \\
 \frac{dE'_q}{dt} &= \frac{1}{T'_{d0}}[-E'_q + (x_d - x'_d)i_d + E_{fd}] \\
 \frac{dE'_d}{dt} &= \frac{1}{T'_{q0}}[-E'_d - (x_q - x'_q)i_q]
 \end{aligned} \tag{82}$$

No sistema de controle elaborado considerou-se um gerador síncrono de rotor cilíndrico, o que implica em  $x_q = x'_q$ , e desta forma tem-se

$$\frac{dE'_d}{dt} = \frac{1}{T'_{q0}}[-E'_d] \tag{83}$$

Com  $E'_d$  inicial próximo de zero, o mesmo se manterá em zero ao longo da simulação para todo  $T'_{q0} > 0$ , de modo que o valor de  $T'_{q0}$  não seja relevante e pode ser arbitrado (geralmente  $T'_{d0} \approx 1 \text{ sec}$ ) (LU; SUN; MEI, 2001).

Eliminada a última equação do sistema e sabendo que

$$P_e = \frac{E'_q V_s}{x'_{d\Sigma}} \sin \delta \quad (84)$$

$$i_d = \frac{E'_q - V_s \cos \delta}{x'_{d\Sigma}} \quad (85)$$

onde  $x'_{d'\Sigma} = x'_d + x_l$  e  $x_l$  é a reatância da linha de transmissão, é possível reescrever o sistema (82) da seguinte maneira

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega_i - \omega_0 \\ \dot{\omega} &= \frac{\omega_0}{H} P_m - \frac{D}{H} (\omega - \omega_0) - \frac{\omega_0}{H} \frac{E'_q V_s}{x'_{d\Sigma}} \sin \delta \\ \dot{E}'_q &= -\frac{1}{T'_d} E'_q + \frac{1}{T_{d0}} \frac{x_d - x'_d}{x'_{d\Sigma}} V_s \cos \delta + \frac{1}{T_{d0}} V_f \end{aligned} \quad (86)$$

onde  $T'_d = T_{d0} x'_{d\Sigma} / x_{d\Sigma}$ ,  $x_{d\Sigma} = x_d + x_l$  e  $E_{fd} = \frac{x_{ad}}{R_f} V_f$

O sistema (86) pode então ser escrito na forma de um sistema não linear afim na forma

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u \quad X(0) = X_0 \quad (87)$$

onde

$$X = \begin{bmatrix} E'_q & \omega & \delta \end{bmatrix}^T \quad X_0 = \begin{bmatrix} E'_{q0} & \omega_0 & \delta_0 \end{bmatrix}^T \quad (88)$$

$$f(X) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T'_d} E'_q + \frac{1}{T_{d0}} \frac{x_d - x'_d}{x'_{d\Sigma}} V_s \cos \delta \\ -\frac{D}{H} (\omega - \omega_0) - \frac{\omega_0}{H} \frac{E'_q V_s}{x'_{d\Sigma}} \sin \delta + \frac{\omega_0}{H} P_{m0} \\ \omega - \omega_0 \end{bmatrix} \quad (89)$$

$$g(X) = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (90)$$

$$u = V_f \quad (91)$$

Considera-se o sistema elaborado como um sistema do tipo

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= f(X(t)) + g(X(t))u(t) \\ y(t) &= h(X(t)) \end{aligned} \quad (92)$$

onde  $X(t)$  é o vetor de estados,  $u(t)$  é vetor de controle,  $y$  é o vetor de saída,  $f(X)$  e  $g(X)$  são vetores de campo, e  $h(X)$  é uma função escalar de  $X$ . Este sistema pode ser transformado em um sistema linear e controlável na forma

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= v \end{aligned} \quad (93)$$

No sistema (93) as duas primeiras equações foram linearizadas, enquanto apenas a última ainda envolve a variável de controle  $u(t)$ , visto que

$$\nu = \alpha(X) + \beta(X)u(t) \quad \text{ou seja} \quad (94)$$

$$\nu = \alpha(X) + \beta(X)V_f \quad (95)$$

onde  $\alpha(X)$  e  $\beta(X)$  são funções escalares não lineares de  $X$  e  $\nu$  é a Lei de Controle do sistema.

Explicitando a tensão de campo  $V_f$  na Eq. (95) tem-se então

$$V_f = -\frac{\alpha(X)}{\beta(X)} + \frac{1}{\beta(X)}\nu \quad (96)$$

onde  $\alpha(X)$  e  $\beta(X)$  são dados por

$$\alpha(X) = L_f^n h(X) \quad (97)$$

$$\beta(X) = L_g L_f^2 h(X) \neq 0 \quad (98)$$

No sistema linear gerado, se a "Lei de controle ótimo"  $\nu(X)$  for determinada, então o controle não linear é obtido. Para definir  $\nu$  primeiramente é necessário analisar em que condições o sistema (87) satisfaz as condições de linearização exata, para tal, deve-se calcular as *Lie brackets*  $ad_f g$  e  $ad_f^2 g$  utilizando os conceitos já mencionados anteriormente (LU; SUN; MEI, 2001).

$$ad_f g = - \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_d} & 0 & -\frac{1}{T_{d0}} \frac{x_d - x'_d}{x'_d} V_s \sin \delta \\ -\frac{\omega_0}{H} \frac{V_s}{x'_d} \sin \delta & -\frac{D}{H} & -\frac{\omega_0}{H} \frac{E_d V_s}{x'_d} \cos \delta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_d}{x'_d} \frac{1}{T_{d0}^2} \\ \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (99)$$

$$ad_f^2 g = \left( \frac{\partial}{\partial X} \begin{bmatrix} \frac{x_d}{x'_d} \frac{1}{T_{d0}^2} \\ \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} \right) f(X) - \frac{\partial f(X)}{\partial X} \begin{bmatrix} \frac{x_d}{x'_d} \frac{1}{T_{d0}^2} \\ \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_d^2}{x'^2_d} \frac{1}{T_{d0}^3} \\ \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} ((\omega - \omega_0) \cos \delta + (\frac{1}{T'_d} + \frac{D}{H}) \sin \delta) \\ -\frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \end{bmatrix} \quad (100)$$

O que resulta na matriz  $[C]$

$$[C] = \begin{bmatrix} g & ad_f g & ad_f^2 g \end{bmatrix} \quad (101)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} & \frac{x_d}{x'_d} \frac{1}{T_{d0}^2} & \frac{x_d^2}{x'^2_d} \frac{1}{T_{d0}^3} \\ 0 & \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta & \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} ((\omega - \omega_0) \cos \delta + (\frac{1}{T'_d} + \frac{D}{H}) \sin \delta) \\ 0 & 0 & -\frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \end{bmatrix} \quad (102)$$

Calculando o determinante de  $[C]$ , tem-se então

$$\det(C) = -\frac{1}{T_{d0}} \left( \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} \right)^2 \sin^2 \delta \quad (103)$$

o que permite avaliar que para qualquer ponto  $\delta \neq n\pi (n = 1, 2, \dots)$ , o valor de  $\det(C)$  é diferente de zero. Desta forma, o grau relativo de  $[C]$  é  $n = 3$  no ponto  $\Omega = E'_q, \omega, \delta$ , onde  $E'_q$  e  $\omega$  são arbitrários enquanto  $\delta \neq 0, \pi$ . Portanto, no ponto  $\Omega$  a primeira condição para linearização exata é satisfeita.

Para examinar a segunda condição necessária para garantir a exata linearização faz-se necessário calcular os grupos de Lie  $g(X)$  e  $ad_f g(X)$

$$\begin{bmatrix} g & ad_f g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (104)$$

Dado que o vetor nulo pode ser membro de qualquer vetor de campo estabelecido, o vetor de campo  $D = \{g(X), ad_f g(X)\}$  é involutivo, e a segunda condição necessária é atendida. Deste modo, tem-se que quando o ângulo do rotor é  $\delta \neq 0$  ou  $\pi$  o controle de excitação não linear do gerador pode ter linearização exata.

Após confirmar que o sistema possui linearização exata e que deste modo existe uma função de saída  $h(X)$  no qual o grau relativo  $r = n$  é atendido, é preciso solucionar um grupo de equações diferenciais parciais do tipo

$$\begin{aligned} \Delta h(X)g(X) &= 0 \\ \Delta h(X)ad_f g(X) &= 0 \\ &e \\ \Delta h(X)ad_f^2 g(X) &\neq 0 \end{aligned} \quad (105)$$

onde  $\Delta h(X) = \partial h(X)/\partial X$  é o gradiente do vetor  $h(X)$ .

A solução do sistema (105) não é uma tarefa fácil do ponto de vista do gasto computacional, portanto, faz-se necessário determinar um algoritmo no qual não seja necessário solucionar tais equações diferenciais parciais, mas que possa obter a função de saída  $h(X)$  de forma a transformar o sistema não linear por linearização exata e desta maneira obter a lei de realimentação. Visto que o sistema de controle de excitação não linear visto para a máquina síncrona possui linearização exata, o seu desenvolvimento pode ser dividido em cinco passos conforme (LU; SUN; MEI, 2001).

### Passo 1.

Construção dos seguintes conjuntos de vetores de campo.

$$D_1 = \left\{ \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (106)$$

$$D_2 = \left\{ \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{x_d}{x'_d} \frac{1}{T_{d0}^2} \\ \frac{\omega_0 V}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (107)$$

$$D_3 = \left\{ \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{x_d}{x'_d} \frac{1}{T_{d0}^2} \\ \frac{\omega_0 V}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{x_d^2}{x'^2_d} \frac{1}{T_{d0}^3} \\ \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} ((\omega - \omega_0) \cos \delta + (\frac{1}{T'_d} + \frac{D}{H}) \sin \delta) \\ -\frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \end{bmatrix} \right\} \quad (108)$$

### Passo 2.

Três vetores de campo linearmente independentes  $\bar{D}_1, \bar{D}_2, \bar{D}_3$  devem ser determinados no Passo 2, tal que  $\bar{D}_1 \in D_1, \bar{D}_2 \in D_2$  e  $\bar{D}_3 \in D_3$ . Desta forma, escolhendo as funções escalares  $k_1^{(1)}(X); k_1^{(2)}(X); k_2^{(2)}(X); k_1^{(3)}(X); k_2^{(3)}(X); k_3^{(3)}(X)$  de tal modo que

$$\begin{bmatrix} \bar{D}_{11} \\ \bar{D}_{12} \\ \bar{D}_{13} \end{bmatrix} + k_1^{(1)}(X) \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (109)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{D}_{11} \\ \bar{D}_{12} \\ \bar{D}_{13} \end{bmatrix} + k_1^{(2)}(X) \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + k_2^{(2)}(X) \begin{bmatrix} \frac{x_d}{x'_d} \frac{1}{T_{d0}^2} \\ \frac{\omega_0 V}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (110)$$

e

$$\begin{bmatrix} \bar{D}_{11} \\ \bar{D}_{12} \\ \bar{D}_{13} \end{bmatrix} + k_1^{(3)}(X) \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + k_2^{(3)}(X) \begin{bmatrix} \frac{x_d}{x'_d} \frac{1}{T_{d0}^2} \\ \frac{\omega_0 V}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \\ 0 \end{bmatrix} + k_3^{(3)}(X) \begin{bmatrix} \frac{x_d^2}{x'^2_d} \frac{1}{T_{d0}^3} \\ \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} ((\omega - \omega_0) \cos \delta + (\frac{1}{T'_d} + \frac{D}{H}) \sin \delta) \\ -\frac{\omega_0 V_s}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (111)$$



é possível definir

$$k_1^{(1)}(X) = -T_{d0} \quad (112)$$

$$k_1^{(2)}(X) = -k_2^2(X) \frac{x_d}{x_d'} \frac{1}{T_{d0}} \quad (113)$$

$$k_2^{(2)}(X) = -\frac{Hx_d'T_{d0}}{\omega_0 V_s} \frac{1}{\sin \delta} \quad (114)$$

$$k_1^{(3)}(X) = -k_2^3(X) \frac{x_d}{x_d'} \frac{1}{T_{d0}} - k_3^3(X) \frac{x_d^2}{x_d'^2} \frac{1}{T_{d0}^2} \quad (115)$$

$$k_2^{(3)}(X) = -k_3^3(X) \frac{1}{\sin \delta} ((\omega - \omega_0) \cos \delta + (\frac{1}{T_d'} + \frac{D}{H}) \sin \delta) \quad (116)$$

$$k_3^{(3)}(X) = \frac{Hx_d'T_{d0}}{\omega_0 V_s} \frac{1}{\sin \delta} \quad (117)$$

e assim obter

$$\bar{D}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \in \bar{D}_1 \quad \bar{D}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \in \bar{D}_2 \quad \bar{D}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \bar{D}_3 \quad (118)$$

### Passo 3.

O Passo 3 consiste em solucionar o mapeamento

$$F(h_1, h_2, h_3) = \Phi_{h_1}^{\bar{D}_1} \circ \Phi_{h_2}^{\bar{D}_2} \circ \Phi_{h_3}^{\bar{D}_3}(X_0) \quad (119)$$

onde

$$X_0 = \begin{bmatrix} E_q' & \omega_0 & \delta_0 \end{bmatrix}^T \quad (120)$$

A solução parte do cálculo de  $\Phi_{h_3}^{\bar{D}_3}(X_0)$  pela solução da equação diferencial

$$\frac{d}{dh_3} \begin{bmatrix} E_q' \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} E_{q0}' \\ \omega_0 \\ \delta \end{bmatrix} \quad (121)$$

o que resulta em

$$E_q' = E_{q0}' \quad (122)$$

$$\omega = \omega_0 \quad (123)$$

$$\delta = h_3 + \delta_0 \quad (124)$$

De maneira semelhante calcula-se

$$\Phi_{h_2}^{\bar{D}_2} \circ \Phi_{h_3}^{\bar{D}_3}(X_0) \quad e \quad \Phi_{h_1}^{\bar{D}_1} \circ \Phi_{h_2}^{\bar{D}_2} \circ \Phi_{h_3}^{\bar{D}_3}(X_0) \quad (125)$$

obtendo respectivamente

$$\frac{d}{dh_2} \begin{bmatrix} E'_q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} E'_{q0} \\ \omega_0 \\ h_3 + \delta \end{bmatrix} \quad (126)$$

$$E'_q = E'_{q0} \quad (127)$$

$$\omega = \omega_2 + \omega_0 \quad (128)$$

$$\delta = h_3 + \delta_0 \quad (129)$$

e

$$\frac{d}{dh_1} \begin{bmatrix} E'_q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} E'_{q0} \\ h_2 + \omega_0 \\ h_3 + \delta \end{bmatrix} \quad (130)$$

Solucionando  $X = F(h_1, h_2, h_3)$  da seguinte forma

$$E'_q = h_1 + E'_{q0} = F_1(h_1, h_2, h_3) \quad (131)$$

$$\omega = h_2 + \omega_0 = F_2(h_1, h_2, h_3) \quad (132)$$

$$\delta = h_3 + \delta_0 = F_3(h_1, h_2, h_3) \quad (133)$$

é possível obter  $F^{-1}$

$$h_1 = E'_q - E'_{q0} \quad (134)$$

$$h_2 = \omega - \omega_0 \quad (135)$$

$$h_3 = \delta - \delta_0 \quad (136)$$

**Passo 4.**

O Passo 4 é a definição do mapeamento  $F_*^{-1}(\alpha)$  e  $F_*^{-1}(\beta)$  de  $\alpha(X)$  e  $\beta(X)$  sob  $F^{-1}$ , no qual é dado por

$$\tilde{f}(X) = [\tilde{f}_1(X) \ \tilde{f}_2(X) \ \tilde{f}_3(X)]^T \quad (137)$$

$$\tilde{f}(X) = \begin{bmatrix} \frac{\omega_0 V_s}{T_{d0} H x'_d} E_q \sin \delta - \frac{D}{H} \dot{\omega} - \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d} E'_q (\omega - \omega_0) \cos \delta \\ \dot{\omega} \\ \omega - \omega_0 \end{bmatrix} \quad (138)$$

e

$$\tilde{g}(X) = [\tilde{g}_1(X) \ 0 \ 0] \quad (139)$$

$$\tilde{g}(X) = \begin{bmatrix} -\frac{\omega_0 V}{H x'_d T_{d0}} \sin \delta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (140)$$

### Passo 5.

Realizadas as etapas subsequentes, a transformação de coordenadas final é realizada de acordo com o seguinte sistema

$$z_1 = h_3 = \delta - \delta_0 \quad (141)$$

$$z_2 = \tilde{f}_3 = \omega - \omega_0 \quad (142)$$

$$z_3 = \tilde{f}_2 = \dot{\omega} = -\frac{D}{H}(\omega - \omega_0) - \frac{\omega_0 V_s}{H x'_d} E'_q \sin \delta + \frac{\omega_0}{H} P_{m0} \quad (143)$$

no qual o sistema linearizado exato é dado por

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (144)$$

$$\dot{z}_2 = z_3 \quad (145)$$

$$\dot{z}_3 = v \quad (146)$$

Conforme (LU; SUN; MEI, 2001), o controle ótimo  $v$  do sistema linear para uma máquina síncrona é dado por

$$v = -z_1 - 2.29z_2 - 2.14z_3 = -\Delta\delta - 2.29\Delta\omega - 2.14\Delta\dot{\omega} \quad (147)$$

$$v = -\int_0^t \Delta\omega dt - 2.29\Delta\omega - 2.14\Delta\dot{\omega} \quad (148)$$

onde

$$\Delta\delta = \delta - \delta_0 \quad \Delta\omega = \omega - \omega_0 \quad \Delta\dot{\omega} = \frac{d}{dt}(\omega - \omega_0) \quad (149)$$

De acordo com a Equação (96) anteriormente apresentada, o controle de excitação não linear possui a forma

$$u = V_f = \frac{-\widetilde{f}_1(X) + v^*}{\widetilde{g}_1(X)} \quad (150)$$

A partir da inserção das Equações (138), (140) e (148) em (150) é possível obter a lei de controle de excitação não linear como

$$V_f = E_q - T'_d \frac{E_q}{P_e} (Q_e + \frac{V_s^2}{x'_d}) \Delta\omega + \frac{H}{\omega_0} T'_d \frac{E_q}{P_e} (2.29 \Delta\omega + \int_0^t \Delta\omega dt + (2.14 - \frac{D}{H}) \Delta\dot{\omega}) \quad (151)$$

onde  $P_e = (V_s E_q / x_d) \sin \delta$ ,  $Q_e = (V_s E'_q / x'_d) \cos \delta - V_s^2 / x'_d$ , e  $T'_d - T_{d0} x'_d / x_d$ .

Substituindo  $E_q$  por  $x_{ad} I_f$ , onde  $I_f$  é a corrente de excitação por unidade de valor, a lei do controle de excitação pode ser reescrita como

$$V_f = x_{ad} I_f - T'_d x_{ad} \frac{I_f}{P_e} (Q_e + C_1) \Delta\omega + \frac{H}{\omega_0} T'_d x_{ad} \frac{I_f}{P_e} (\int_0^t \Delta\omega dt + C_2 \Delta\dot{\omega}) \quad (152)$$

onde

$$C_1 = \frac{V_s^2}{x'_d \Sigma} - \frac{2.29H}{\omega_0} \quad (153)$$

$$C_2 = 2.14 - \frac{D}{H} \quad (154)$$

Nas equações de controle (151) e (152) a determinação do potencial a vazio  $E_q$  ou da corrente de excitação  $I_f$  pode não ser possível, desta forma utiliza-se de uma aproximação para a queda de tensão interna  $\Delta V_G$  do gerador, no qual da-se por

$$\Delta V_G = E_q - V_t = \frac{Q_e x_d}{V_t} \quad (155)$$

Assim

$$\Delta E_q = \frac{Q_e x_d}{V_t} + V_t \quad (156)$$

Substituindo a Eq. (156) na formula (151) é possível obter a seguinte expressão para a estratégia de controle

$$V_f = \frac{1}{P_e} (\frac{Q_e x_d}{V_s} + V_t) (P_e - T'_d (Q_e + \frac{V_s^2}{x'_d \Sigma}) \Delta\omega) + \frac{H T'_d}{\omega_0} (2.29 \Delta\omega + \int_0^t \Delta\omega dt + (2.14 - \frac{D}{H}) \Delta\dot{\omega}) \quad (157)$$

que também pode ser reescrita como

$$V_f = \frac{1}{P_e} \left( \frac{Q_e x_d}{V_s} + V_t \right) (P_e - T'_d(Q_e + C_1)\Delta\omega) + \frac{HT'_d}{\omega_0} \left( \int_0^t \Delta\omega dt + C_2\Delta\dot{\omega} \right) \quad (158)$$

## 7.2 FORMULAÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DO CONTROLE DE EXCITAÇÃO NÃO LINEAR

Na seção anterior a tensão de campo  $V_f$  foi definida como variável de controle e em seguida sua formulação de cálculo foi estabelecida. Desta forma, o sistema (87) pode ser definido como formulação do controle de excitação não linear a ser analisado, e consequentemente pode ser escrito como

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u \quad X(0) = X_0 \quad (159)$$

$$X = \begin{bmatrix} E'_q & \omega & \delta \end{bmatrix}^T \quad X_0 = \begin{bmatrix} E'_{q0} & \omega_0 & \delta_0 \end{bmatrix}^T \quad (160)$$

$$f(X) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T'_d} E'_q + \frac{1}{T_{d0}} \frac{x_d - x'_d}{x'_{d\Sigma}} V_s \cos \delta \\ -\frac{D}{H} (\omega - \omega_0) - \frac{\omega_0}{H} \frac{E'_q V_s}{x'_{d\Sigma}} \sin \delta + \frac{\omega_0}{H} P_{m0} \\ \omega - \omega_0 \end{bmatrix} \quad (161)$$

$$g(X) = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (162)$$

$$u = V_f = \frac{1}{P_e} \left( \frac{Q_e x_d}{V_s} + V_t \right) (P_e - T'_d(Q_e + \frac{V_s^2}{x'_{d\Sigma}})\Delta\omega) + \frac{HT'_d}{\omega_0} (2.29\Delta\omega + \int_0^t \Delta\omega dt + (2.14 - \frac{D}{H})\Delta\dot{\omega}) \quad (163)$$

Vale notar que o controle elaborado atua de forma a alterar a tensão de campo  $V_f$  com o intuito de estabilizar as variáveis de estado definidas para o problema. Desta forma, a partir do equacionamento desenvolvido, o sistema assim como a técnica de controle não linear DFL podem ser analisados quando o sistema é submetido à grandes perturbações.

## 8 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Neste capítulo, o método de controle não linear DFL é avaliado por meio de simulações em que um gerador síncrono conectado ao barramento infinito é submetido à diferentes perturbações. Desta forma, as variáveis do sistema de potência têm seus comportamentos avaliados diante da atuação ou não do sistema de controle.

Para efeitos de simulação, os parâmetros da máquina síncrona e do sistema de potência como um todo – linhas de transmissão e barramento infinito – estão apresentados a seguir.

**Gerador:**  $R_a = 0.003$ ,  $x_d = 1.7572$ ,  $x_q = 1.5845$ ,  $x'_d = 0.4245$ ,  $x'_q = 1.04$ ,  $T'_{d0} = 6.66$ ,  $T'_{q0} = 0.44$ ,  $H = 3.195$ ,  $f_B = 60\text{Hz}$ .

**Linha de transmissão:**  $R_l = 0.08893$ ,  $x_l = 0.8125$ .

**Dados de operação:**  $E_b = 1.0$ ,  $P_t = 0.6$ ,  $Q_t = 0.02224$ ,  $V_t = 0.97$ ,  $\Theta = 12^\circ$ ,  $X_{Th} = 0.13636$ .

Definido o sistema de controle e os parâmetros do sistema a ser analisado é possível então avaliar as respostas do sistema perante à diferentes perturbações e sob o efeito ou não do controle elaborado. Na Fig.(13) está representado um diagrama do sistema com destaque para os subsistemas de controle, da máquina síncrona e da linha de transmissão.

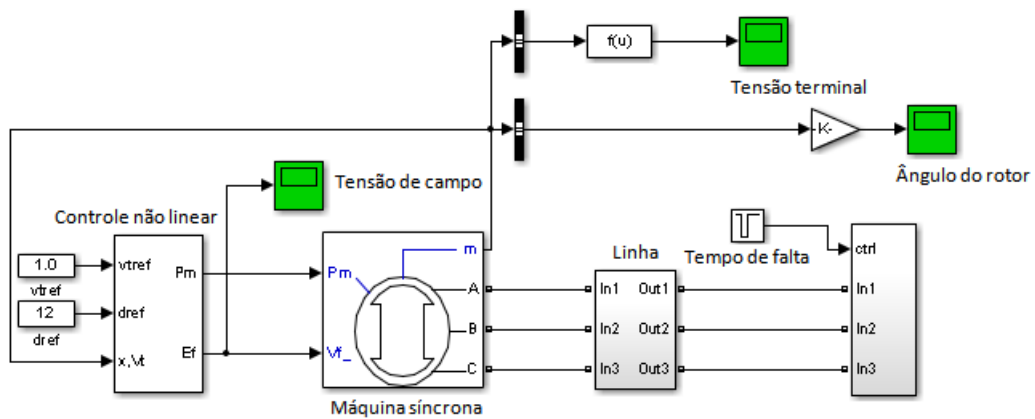


Figura 13: Diagrama do sistema

### 8.1 SITUAÇÕES DE SIMULAÇÃO

Com o intuito de avaliar a resposta do sistema perante a diferentes situações de perturbação, o sistema simplificado de gerador conectado ao barramento foi simulado considerando as situações duas situações. A situação 1 representa o circuito em estado estável, antes e após a ocorrência da falta, e a Situação 2 representa o circuito em falta. A falta e consequentemente

a perturbação no sistema de potência representado consiste em um curto em uma das linhas de transmissão de energia do gerador para o barramento infinito, alterando assim a reatância equivalente de Thevenin ( $X_{Th}$ ) da linha de transmissão.

A incidência de uma perturbação no sistema subdivide o comportamento do mesmo em três situações: pré-falta, em falta e pós falta. Na situação de pré-falta o sistema se comporta de maneira estável, não havendo alteração dos parâmetros de operação, e se estende do tempo inicial ( $t_0$ ) até o tempo de ocorrência da falta ( $t_i$ ). O sistema em falta consiste do tempo transcorrido entre o início da falta até que a mesma seja eliminada ( $t_{falta}$ ), onde o sistema se encontra em regime de instabilidade. Por fim, o sistema pós falta é caracterizado pelo sistema após a eliminação da falta, no qual apesar de apresentar um arranjo físico semelhante ao sistema pré-falta, a reatância equivalente ( $X_{Th}$ ) pode estar alterada.

O sistema elaborado representado pela Eq.(87) pode ser então subdividido da seguinte maneira

$$\dot{X}(t) = \begin{cases} f_i(X(t)) & \text{para } 0 \leq t \leq t_i \\ f_f(X(t)) & \text{para } t_i \leq t \leq t_i + t_{falta} \\ f_p(X(t)) & \text{para } t_i + t_{falta} \leq t \leq \infty \end{cases} \quad (164)$$

onde os subíndices  $i$ ,  $f$ , e  $p$  representam os tempos de pré-falta, em falta e pós falta respectivamente.

Considerando  $t_{curto} = t_{falta} - t_i$ , ou seja,  $t_{curto}$  como o tempo efetivo do sistema em falta, é apresentado a seguir as simulações do sistema para diferentes  $t_{curto}$ .

### 8.1.1 Considerando $t_{curto} = 0.6s$

Para um  $t_{curto}$  de 0.6 segundos foram considerados  $t_i = 0.1s$  e  $t_{falta} = 0.7s$ . O comportamento da tensão terminal e da tensão de campo do sistema perante a esta situação estão representados nas Fig. (14) e (15) respectivamente.

É possível observar pelas figuras que assim que ocorre a falta no sistema a tensão de campo ( $E_f$ ) se altera no caso em que há a atuação do controlador, ao passo que permanece constante para a simulação sem controle. Assim como esperado, esta situação ocorre pelo fato de o controlador alterar a tensão de campo visando restabelecer a estabilidade do sistema. Em virtude das alterações impostas pelo controlador a tensão terminal pôde ser recomposta ao valor de  $1pu$  quando o controlador atuou. Apesar do sistema sem o controle estabilizar a tensão terminal, a mesma não retorna ao valor de  $1pu$  e ângulo do rotor ( $\delta$ ) ainda sofre maiores amplitudes de oscilações até à estabilidade.

Por meio da análise da Fig. (16) é possível notar que enquanto a tensão terminal do sistema pôde ser restaurada em aproximadamente  $t = 1.2s$  quando o controle atuou, o mesmo não ocorreu com o ângulo do rotor, que se aproxima da estabilidade somente a partir de  $t = 5s$ .

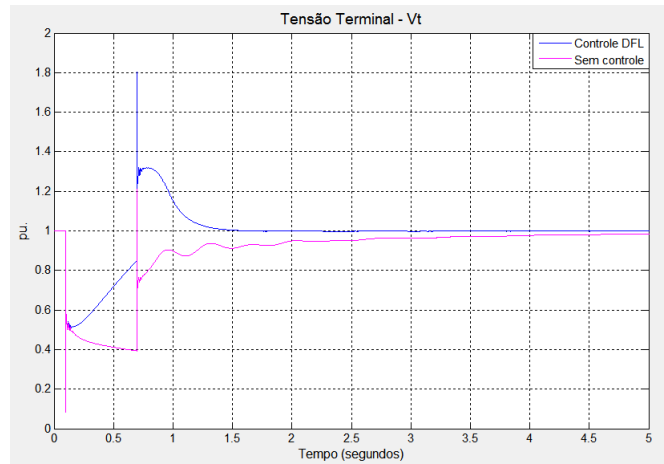


Figura 14: Comportamento da tensão terminal para  $t_{curto} = 0.6s$

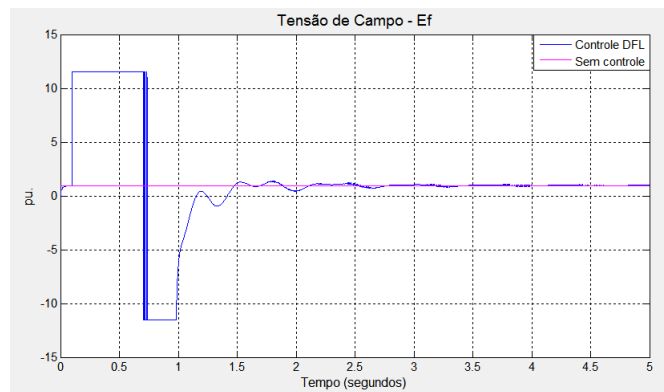


Figura 15: Comportamento da tensão de campo para  $t_{curto} = 0.6s$

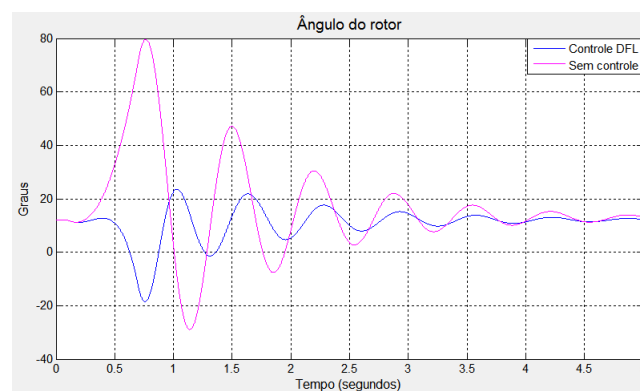


Figura 16: Comportamento do ângulo do rotor para  $t_{curto} = 0.6s$

Apesar de graficamente ter-se uma oscilação da potência mecânica para ambos os casos, esta não representa valores significativos, visto que em ambos os casos a potência mecânica não se altera de  $P_m = 3.0$ .

A seguir são avaliadas outras situações de falta com tempos maiores de curto, no qual é



possível notar em todas a alteração da tensão de campo pelo controlador na busca por restabelecer a estabilidade do sistema.

### 8.1.2 Considerando $t_{curto} = 0.9s$

Para um  $t_{curto}$  de 0.9 segundos foram considerados  $t_i = 0.1s$  e  $t_{falta} = 1.0s$ . Conforme representado nas Fig. (17) e (18), para um tempo de curto de 0.9s o sistema já não é capaz de retornar à estabilidade sem o auxílio do controle, visto a tensão terminal não se estabiliza em um valor fixo.

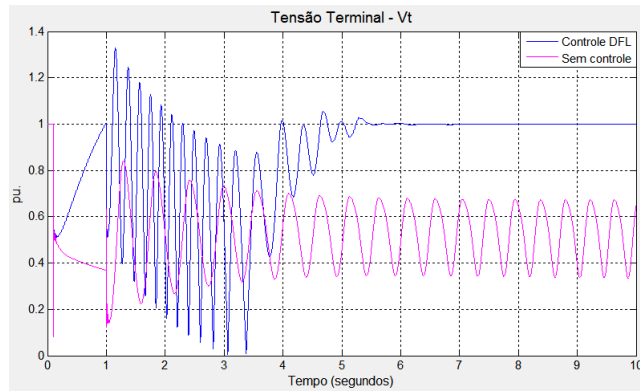


Figura 17: Comportamento da tensão de campo para  $t_{curto} = 0.9s$

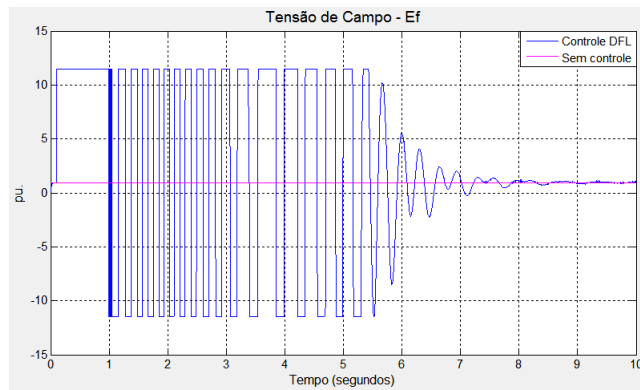


Figura 18: Comportamento da tensão terminal para  $t_{curto} = 0.9s$

Para um tempo de curto maior que 0.6s, o controle ainda foi capaz de estabilizar tanto a tensão terminal quanto o ângulo do rotor, no entanto, é importante ressaltar que o resultado obtido para o ângulo do rotor, Fig. (19), de aproximadamente  $4000^\circ$  pode não representar uma estabilidade real.

### 8.1.3 Considerando $t_{curto} = 1.2s$

Para um  $t_{curto}$  de 1.2 segundos foram considerados  $t_i = 0.1s$  e  $t_{falta} = 1.3s$ . Nesta situação, Fig. (20), mais uma vez o sistema de controle é capaz de amortecer as perturbações

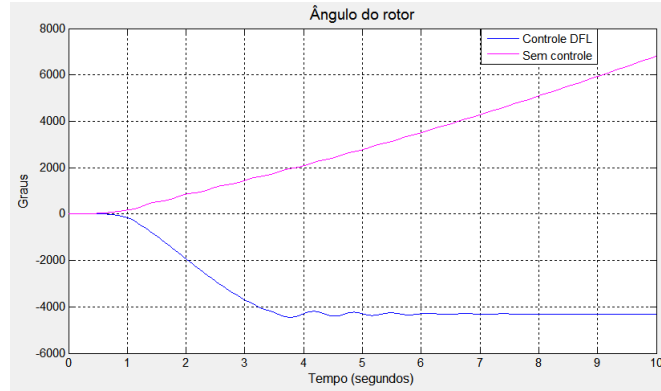


Figura 19: Comportamento do ângulo do rotor para  $t_{curto} = 0.9s$

impostas ao sistema, se comportando de maneira semelhante ao ocorrido para um tempo de curto de  $0.9s$

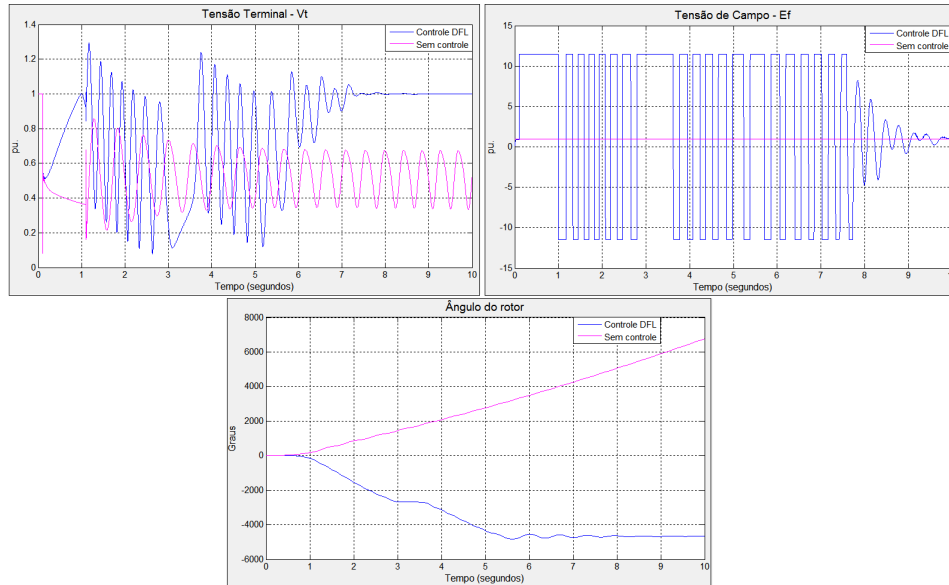


Figura 20: Comportamento do Sistema para  $t_{curto} = 1.2s$

#### 8.1.4 Considerando $t_{curto} = 1.6s$ e $t_{curto} = 2.8s$

Para um  $t_{curto}$  de 1.6 segundos foram considerados  $t_i = 0.1s$  e  $t_{falta} = 1.7s$ , enquanto que para um  $t_{curto} = 2.8s$ ,  $t_i = 0.1s$  e  $t_{falta} = 2.9s$ . Nas Figuras (21), (22) e (23) está representado o comportamento dos parâmetros do sistema nessas duas situações.

Nas situações de  $t_{curto}$  igual a 1.6 e 3.8 o sistema se comporta conforme já esperado, onde o sistema sem controle não retorna à estabilidade após o encerramento da falha ao passo que o controle é capaz de levar o sistema ao ponto de equilíbrio novamente. A comparação entre dois tempos de curto no qual um é muito superior ao outro permite avaliar o quanto a estabilidade do sistema é dependente do tempo de encerramento da falha. Mesmo que para os dois casos o sistema não retornou à estabilidade sem o auxílio do controle, nota-se que o sistema fica ainda

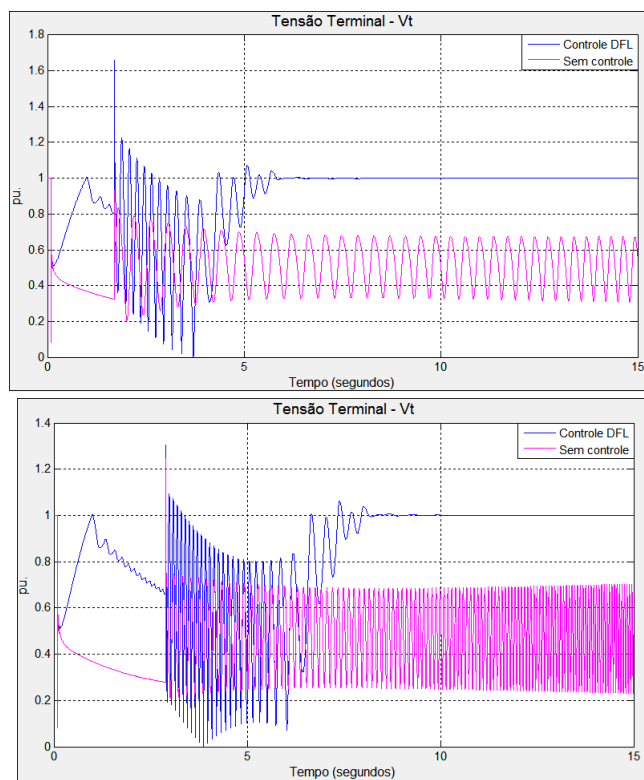


Figura 21: Comportamento da tensão terminal para  $t_{curto} = 1.6s$  e  $t_{curto} = 2.8s$

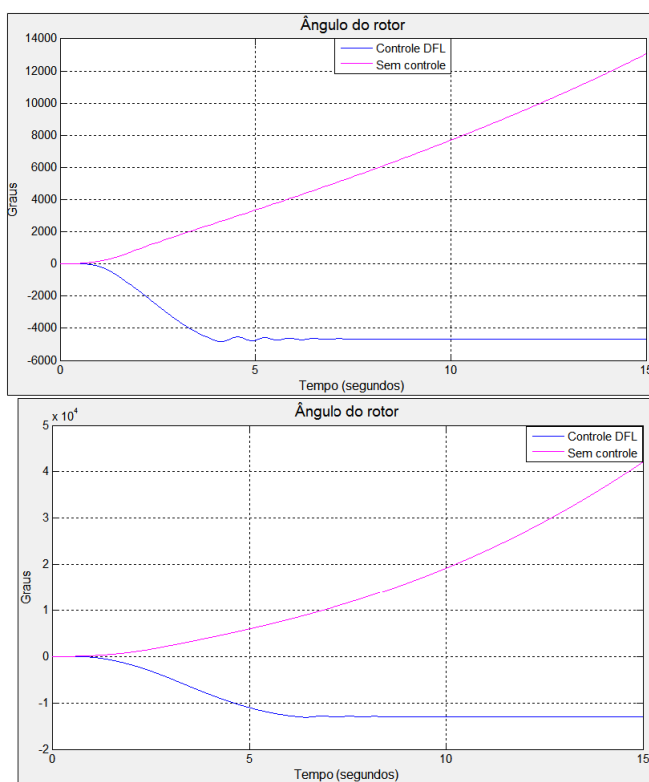


Figura 22: Comportamento do ângulo do rotor para  $t_{curto} = 1.6s$  e  $t_{curto} = 2.8s$

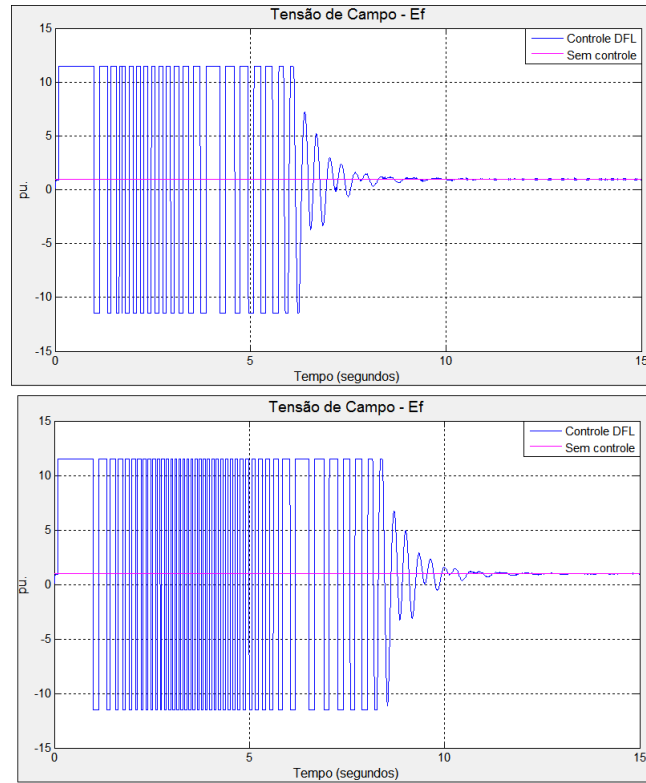


Figura 23: Comportamento da tensão de campo para  $t_{curto} = 1.6s$  e  $t_{curto} = 2.8s$

Situação	Tensão terminal	Ângulo do rotor
$t_{curto} = 0.6s$	0.6	4.4
$t_{curto} = 0.9s$	4.5	5
$t_{curto} = 1.2s$	6.7	6.7
$t_{curto} = 1.6s$	4.8	4.3
$t_{curto} = 2.8s$	7.3	7.0

Tabela 1: Tempo aproximado para estabilização do parâmetro (s)

mais instável para um tempo de curto maior, onde a frequência das oscilações da tensão de campo aumentam consideravelmente.

### 8.1.5 Comparação entre tempos de estabilização

Para um melhor entendimento da atuação do controle no sistema de potência simulado, na Tab. (8.1.5) é apresentado os tempos gastos para os parâmetros de tensão terminal e ângulo do rotor retornarem à estabilidade quando o controle atua no sistema.

Os tempos indicados na tabela referem-se ao tempo aproximado gasto para os parâmetros retornarem à estabilidade após a eliminação da falta. É possível notar que a estabilização do ângulo do rotor é menos dependente do tempo de curto quando comparada ao tempo de estabilização da tensão terminal. Para tempos de curto menores a tensão terminal é estabilizada mais rapidamente quando comparada ao ângulo do rotor, no entanto para tempos de curto maiores a

tensão terminal necessita de tempos até maiores que o ângulo do rotor para se estabilizar.

## 9 CONCLUSÃO

O equacionamento elaborado para o gerador síncrono conectado ao barramento infinito mostrou-se satisfatório do ponto de vista da análise de um sistema de potência sob a incidência de falhas. As simplificações adotadas para a máquina síncrona condizem com grande parte das bibliografias acerca do assunto, deste modo, o modelo adotado foi capaz de representar de maneira satisfatória o sistema analisado.

Os conceitos acerca da estabilidade transitória explanados ao longo do trabalho apresentaram-se fundamentais para o entendimento dos resultados obtidos, permitindo compreender o comportamento do sistema para as diferentes situações analisadas. Tais conceitos permitiram entender o comportamento do sistema sem a atuação do controle, onde a partir de um tempo crítico de falta os parâmetros não retornam à estabilidade após a eliminação da falta.

Por fim, a teoria de controle não linear abordada correspondeu com clareza ao controle de excitação DFL analisado. Entende-se que para uma aplicação a outros sistemas e diferentes tipos de máquinas uma abordagem mais detalhada do assunto torna-se necessária, no entanto, a teoria da forma como foi discutida atendeu às necessidades encontradas.

Por meio da análise do sistema a partir de diferentes arranjos de falha, percebe-se que o controle avaliado corresponde de maneira satisfatória tanto para a estabilização da tensão de campo como para a estabilização do ângulo do gerador. No entanto, em termos de eficiência o controle mostrou-se mais apropriado na regulação de tensão do gerador síncrono. Considerando falhas transitórias no sistema, o controle correspondeu rapidamente e foi capaz de restabelecer o equilíbrio do sistema, mostrando-se assim um método de controle apropriado para situações dessa magnitude.

Para uma melhor compreensão da eficiência do controle de excitação DFL frente aos demais controladores existentes torna-se necessário uma avaliação mais aprofundada do tema não tratada neste trabalho. Este fato se dá pela grande sensibilidade que os métodos de controle apresentam devido à variações de projeto, variações da máquina utilizada, mudanças no tempo de eliminação da falta, etc. Deste modo, é indicado uma abordagem e desenvolvimento comparativo entre controladores como sugestão para trabalhos futuros.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- FALEIROS, A. C.; YONEYAMA, T. *Teoria Matemática de Sistemas*. [S.l.]: Editora Arte & Ciência, 1992. ISBN 85-7473-074-2. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 38.
- IEEE, T. F. *Current usage and suggested practices in power system stability simulations for synchronous machines*. [S.l.]: IEEE Trans. on Energy Conversion, 1986. Citado na página 18.
- ISIDORI, A. *Nonlinear Control Systems*. 3rd. ed. Secaucus, NJ, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 1995. ISBN 3540199160. Citado na página 43.
- KARIMI, A. *Power System Damping Controllers Design using a Backstepping Control Technique*. West Virginia University: Prentice Hall, 2008. Citado na página 13.
- KIMBARK, E. W. *Power System Stability*. New York: John Wiley, 1956. Citado na página 20.
- KUNDUR, P. *Power System Stability and Control*. [S.l.]: McGraw-Hill, Inc., 1993. Citado 7 vezes nas páginas 12, 13, 19, 27, 28, 31 e 32.
- LU, Q.; SUN, Y.; MEI, S. *Nonlinear control systems and power system dynamics*. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 2001. ISBN 079237312X. Citado 10 vezes nas páginas 22, 24, 25, 33, 39, 40, 43, 45, 46 e 50.
- PADIYAR, K. *Power System Dynamics - Stability and Control*. [S.l.]: BS Publications, 2008. ISBN 8178001861. Citado 5 vezes nas páginas 13, 18, 20, 21 e 23.
- SAADAT, H. *Power System Analysis*. [S.l.]: Kevin Kane, 1999. Citado na página 12.
- SIQUEIRA, D. S. *Controle Não Linear Aplicado a Dispositivos FACTS em Sistemas Elétricos de Potência. Escola de Engenharia de São Carlos. USP, São Paulo: [s.n.], 2012. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.*
- SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. *Applied Nonlinear Control*. [S.l.]: Prentice-Hall, Inc., 1991. ISBN 0-13-040890-5. Citado na página 41.
- VIDYASAGAR, M. *Nonlinear Systems Analysis (2nd Ed.)*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc., 1992. ISBN 0-13-623463-1. Citado na página 34.